



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

**USO DE LEYES DE POTENCIA PARA LA
CARACTERIZACIÓN DE LA OCURRENCIA DE SISMOS**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

MATEMÁTICA

P R E S E N T A:

SHARON MAGALI VALVERDE ESPARZA



**DIRECTOR DE TESIS:
DRA. ELSA LETICIA FLORES MÁRQUEZ
2010**

Hoja de Datos del Jurado

<p>1. Datos del alumno Valverde Esparza Sharon Magali 91 80 07 58 Universidad Nacional Autonoma de Mexico Facultad de Ciencias Matemáticas 302020269</p>
<p>2. Datos del Tutor Dra Elsa Leticia Flores Márquez</p>
<p>3. Datos del sinodal 1 Dr Luis Quintanar Robles</p>
<p>4. Datos del sinodal 2 M en C Edgar Vázquez Luis</p>
<p>5. Datos del sinodal 3 Dr Armando García Martínez</p>
<p>6. Datos del sinodal 4 M en C Genaro De la Vega Rivera</p>
<p>7. Datos del trabajo escrito Uso de leyes de potencias para la caracterización de la ocurrencia de sismos 127 p 2010</p>

DEDICO ESTA TESIS A MIS PADRES

Otilia Esparza Amaya

Y

José René Valverde Rodríguez

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a todas aquellas personas que directa o indirectamente contribuyeron en la realización de esta tesis:

A mi asesora:

Dra. Elsa Leticia Flores Márquez

Por su apoyo, confianza, motivación, dedicación, enseñanzas y consejos que hicieron posible este trabajo

A mis sinodales:

Dr. Luis Quintanar Robles

M. en C, Edgar Vázquez Luis

Dr. Armando García Martínez

M. en C. Genaro De La Vega Rivera

Por haber aceptado formar parte del jurado para el examen profesional, por sus críticas y acertadas sugerencias para mejorar esta tesis y por el tiempo invertido en la revisión de este trabajo.

Al Ing. Casiano Jiménez Cruz del Servicio Sismológico Nacional por haberme proporcionado los datos de los eventos ocurridos en la zona de estudio para el periodo de años 1990-2005.

Al Instituto de Geofísica por el apoyo y ayuda que me brindó al permitirme ser parte de esta institución.

A mi familia:

A mi mamá Otilia Esparza Amaya por todo el apoyo y comprensión que me ha brindado, a mi papá José René Valverde Rodríguez por ayudarme y enseñarme a editar las imágenes de este trabajo y principalmente por hacer de mi la persona que soy ahora. A mi tía Ofelia, por sus sabios consejos y sugerencias a mis hermanos René y Yeshua, y a mi tía Xochitl por llenar mi vida de alegría y risas. A Socorro Gutiérrez por la enorme fe y apoyo brindado y a mi primo Edgar por aquellas noches de desvelo en las que me ayudó a instalar la paquetería necesaria para trabajar.

A mis amigos y compañeros:

Alelí Villaverde Medina, pues su apoyo y motivación me impulsaron a seguir superándome; a Andrés, Pilar y Alberto por estar siempre a mi lado con palabras de aliento. A Ingrid Alejandra Kohn Ledesma, por sus consejos y principalmente por todo el apoyo brindado desde el primer día que ingresé al instituto, y a Alejandro, Guillermo, Patricia, John, Juan, Gloria, Jessica,..., por sus ánimos, consejos y ayuda durante mis estudios.

INDICE

RESUMEN	3
CAPITULO 1. ANTECEDENTES	4
1.1 Introducción	4
1.2 Antecedentes para la caracterización estadística de la secuencia de EQ	5
1.3 Perspectiva Histórica.....	6
1.4 Eventos Sísmicos.....	8
1.5 Eventos Sísmicos como factores de riesgo	8
<i>Riesgo sísmico.....</i>	<i>9</i>
<i>Efectos locales</i>	<i>11</i>
<i>Zonificación</i>	<i>12</i>
<i>Factor de riesgo</i>	<i>13</i>
<i>Sistemas de alerta sísmica en México</i>	<i>15</i>
CAPÍTULO 2. LA SISMICIDAD	17
2.1 Tectónica de Placas	17
2.2 Detección y medición de los sismos	20
2.3 Ondas sísmicas.....	29
2.4 Localización de un sismo	30
2.5 Intensidad y magnitud	34
<i>Escalas de magnitud.....</i>	<i>36</i>
CAPITULO 3. ESTUDIOS ESTADÍSTICOS DE LOS SISMOS	43
3.1 Algoritmos CN y M8	43
<i>Algoritmo M8</i>	<i>45</i>
3.2 Estudios previos.....	46
3.3 Ley de Gutenberg-Richter.....	47
3.4 Leyes de Potencias	49
3.5 Los sismos como un fenómeno multifractal.....	50
3.6 Ley de Omori.....	53
3.7 Distribución de Weibull.....	53
3.8 Procesos puntuales de Poisson.....	57
<i>Proceso de Poisson homogéneo</i>	<i>57</i>
<i>Proceso de Poisson no-homogéneo</i>	<i>59</i>
3.9 Teoría de Valores Extremos.....	60
3.10 Distribución Generalizada de Pareto	62
<i>Propiedades para la estabilidad del umbral</i>	<i>64</i>
3.11 Caracterización de valores extremos utilizando procesos puntuales.....	66
3.12 Consideraciones.....	67
CAPÍTULO 4. ZONA DE ESTUDIO	68
4.1 Perspectiva tectónica	68
4.2 México como zona sismogénica	69
<i>Mecanismos Tectónicos.....</i>	<i>71</i>
<i>Sismos de Subducción</i>	<i>72</i>
<i>Sismos Intraplaca Profundos</i>	<i>73</i>
<i>Sismos Corticales</i>	<i>74</i>
<i>Sismos Interplaca.....</i>	<i>74</i>
<i>Sismos en los océanos</i>	<i>74</i>
<i>Sismos Lentos</i>	<i>75</i>

<i>Gaps</i>	76
4.3 Zona de estudio	78
<i>Estado de Guerrero</i>	78
<i>La brecha de Guerrero</i>	79
4.4 Análisis de datos	82
<i>Análisis de Magnitudes de datos sísmicos por años</i>	82
<i>Análisis mensual de EQ's</i>	87
<i>Gráficas de número de EQ por mes y por año</i>	88
4.5 Ajuste de un Proceso de Poisson No-Homogéneo Pareto	94
4.6 Conclusiones	104
REFERENCIAS.....	106
APÉNDICES	112
APENDICE A. Definiciones.....	112
A.1 PROCESOS ESTOCÁSTICOS.....	112
APENDICE B. Histogramas	114
APENDICE C. Programas	119
APENDICE D. Graficas de media de excedentes y media de excesos.....	123

RESUMEN

Las secuencias de eventos sísmicos son procesos de gran complejidad que requieren ser cuidadosamente analizados para una mejor evaluación del riesgo sísmico. El análisis de estas secuencias, generalmente se lleva a cabo utilizando métodos estadísticos convencionales. Sin embargo, los sismos de mediana y gran magnitud, pueden ser considerados como eventos raros o extremos. En esta tesis se presenta una caracterización estadística de la sismicidad en la costa de Guerrero, utilizando datos del SSN referentes al periodo de tiempo 1990-2005 con la finalidad de establecer los parámetros fractales de los eventos sísmicos (EQ), del inglés Earthquake, utilizando procesos de Poisson no-homogéneos con Distribución Generalizada de Pareto y la teoría de valores extremos. Los datos analizados pudieron ajustarse con los parámetros promedio para todos los años. Además se observó que este ajuste no se ve afectado por la existencia de réplicas.

Finalmente, los parámetros de la DGP permitieron calcular las probabilidades de ocurrencia de sismos de magnitudes superiores a 5 para un periodo de 100 años en la zona de Guerrero, encontrando que es probable que ocurra al menos un evento de magnitud 8.

CAPITULO 1. ANTECEDENTES

En este capítulo se presenta una perspectiva histórica de lo que ha sido el estudio de EQ así como los estudios previos que han sido la motivación del presente trabajo y el impacto del riesgo sísmico en la sociedad.

1.1 Introducción

En esta tesis se presenta una caracterización estadística de la sismicidad en la costa de Guerrero, utilizando datos del SSN referentes al periodo de tiempo 1990-2005 con la finalidad de establecer los parámetros fractales de los eventos sísmicos (EQ), del inglés Earthquake.

En el primer capítulo se presenta una perspectiva histórica de lo que ha sido el estudio de EQ así como los estudios previos que han sido la motivación del presente trabajo y el impacto del riesgo sísmico en la sociedad. En el segundo capítulo se exponen de manera informal algunos de los conceptos más elementales de la sismología, se explica el origen de los sismos, la manera en que se detectan y se miden; las diferentes escalas de magnitud con que se cuantifica el tamaño de un sismo son mencionadas así como sus principales ventajas y desventajas. En el capítulo 3 se mencionan, sin entrar en detalles, algunas de las técnicas usadas en los estudios estadísticos de los sismos así como la metodología seguida en la elaboración del presente estudio. Con cierto detalle se tratan las leyes de potencias y la Distribución Pareto Generalizada (DGP), la cual es fundamental para la evaluación del potencial sísmico de una región. Finalmente, en el

capítulo 4, mismo que constituye la parte fundamental de este trabajo, se evalúa el potencial sísmico de la costa de Guerrero. Una distribución de probabilidad de la ocurrencia de los sismos es propuesta sobre la base de muy pocas suposiciones.

1.2 Antecedentes para la caracterización estadística de la secuencia de EQ

A lo largo del tiempo han sido formuladas observaciones empíricas sobre los terremotos revelando algunos de los aspectos más destacados de estos intrigantes fenómenos naturales que merecen atención y una estrecha vigilancia.

Tal vez los primeros conocimientos cuantitativos sobre los terremotos provienen de Omori en 1894, que al parecer notó que tras un gran terremoto se manifestaban réplicas, las cuales se distribuyen en el tiempo como una ley de potencias. Estas leyes de potencias son en la actualidad de gran interés para las distribuciones estadísticas.

La sismología dio un decisivo paso adelante en la primera mitad del siglo XX, con la invención del sismógrafo y sus diversas mejoras. Posteriormente en 1935 Richter define la magnitud de un terremoto como el logaritmo decimal de los desplazamientos registrados en un sismógrafo en condiciones normales. Los procedimientos para la estimación de la magnitud de los terremotos así como otras características se implementaron hasta 1956 por medio de tiempos de viaje y tablas de conversión de las ondas sísmicas culminando con la Ley de Gutenberg Richter.

Aparte del gran interés en las causas, mecanismos, patrones y predicción, la moderna investigación sismológica cuenta con zonas localizadas, donde los efectos locales se analizan con el fin de establecer recomendaciones para la construcción y mitigar el riesgo y peligro sísmico.

La gran amplitud y variedad en la ocurrencia de un terremoto en el espacio, tiempo, energía y número así como el hecho de que los terremotos pueden presentar algunos patrones regulares, o algunas regularidades en su reaparición hacen un enfoque estadístico posible. (Apostol, 2006)

1.3 Perspectiva Histórica

La Tierra, fuente y símbolo de lo constante, firme e imperecedero, es súbitamente sacudida y rota, atemorizando al hombre que encara el fenómeno con su condición de mortal y su impotencia ante la naturaleza.

Desde la Antigüedad hasta la época helénica y durante la Edad Media (y en algunas culturas hasta la fecha) se dio a los terremotos, como a todos aquellos fenómenos cuya causa se desconocía, una explicación mítica. Por ejemplo, los japoneses creían que en el centro de la Tierra vivía un enorme bagre (pez gato), cuyas sacudidas causaban los terremotos; en Siberia éstos eran atribuidos al paso de un dios en trineo bajo la Tierra; los maoríes creían que un dios, Raumoko, enterrado accidentalmente por su madre, la Tierra, gruñía causando terremotos.

Menudo tema de leyendas; por ejemplo, el hundimiento de la Atlántida hace doce siglos, narrado por Platón, y el "Diluvio de Ogiges" de 1900 a.C., causado probablemente por los efectos de un terremoto y un *tsunami*.

Los terremotos eran, además, fuente de supersticiones. Según Tucídides, los ejércitos del Peloponeso que avanzaban sobre Beocia fueron sacudidos por sismos, en 476 a.C., y éstos fueron considerados como malos augurios, por lo que la invasión se canceló.

Los filósofos de la antigua Grecia fueron los primeros en asignar causas naturales a los terremotos. Anaxímenes (siglo V a.C.) y Demócrito (siglo IV a.C.) pensaban que la humedad y el agua los causaban. La teoría de que eran producidos por salidas súbitas de aire caliente fue propuesta por Anaxágoras y Empédocles (siglo IV a.C.) y recogida por Aristóteles (siglo IV a.C.), quien le dio tal respetabilidad, que llega, a través de los romanos Séneca y Plinio el Viejo (siglo I), hasta la Edad Media, en la que fue difundida por Avicena y Averroes, Alberto Magno y Tomás de Aquino.

Regresando a la teoría de gases subterráneos, A. Kircher (siglo XVII) propone conductos de fuego que atraviesan la Tierra, y M. Lister y N. Lesmerg (siglo XVII) proponen fuegos de origen químico. Estas teorías son aceptadas por Newton y Buffon. Otras hipótesis proponían causas "modernas", como, por ejemplo, las descargas eléctricas subterráneas propuestas por W. Stubeley (1750), teoría que llegó hasta el siglo XIX.

Probablemente fue A. von Humboldt el primero en establecer una relación entre las fallas geológicas y los terremotos. Sin embargo, esta teoría no fue universalmente aceptada entonces; R. Mallet, quien hizo el primer estudio científico de un terremoto (el de Nápoles de 1857), aunque propuso que la corteza podía romperse por tensión como una barra de hierro, no descartaba un origen explosivo.

La relación entre fallas y terremotos fue propuesta de nuevo por E. Suess en 1875, y adoptada por los pioneros de la sismología, Montessus de Ballore y Sieberg; y las fallas como origen de la energía sísmica lo fueron por Koto y Milne a consecuencia de un terremoto en 1881, en Japón. Fue H. Reid quien, a raíz de un estudio sobre el de San

Francisco de 1906, propuso el primer modelo mecánico de la fuente sísmica; versiones refinadas de este modelo son las actualmente investigadas (Nava, 1987).

1.4 Eventos Sísmicos

Llamamos *sismo* (del griego *seiein* = mover) a cualquier movimiento del terreno. Se llama usualmente *temblor* a un sismo pequeño, generalmente local; mientras que un sismo grande, que puede causar daños graves, se denomina *terremoto*, llamado a veces, también, *macrosismo*.

La sismología es la ciencia que estudia todo lo referente a los sismos: la fuente que los produce (localización, orientación, mecanismo, tamaño, etc.), las ondas elásticas que generan (modo de propagación, dispersión, amplitudes, etc.) y el medio físico que atraviesan dichas ondas.

La tierra puede temblar por razones muy diversas, entre las que se tienen: explosiones, colapsos del subsuelo o cualquier otro tipo de deslizamiento o acomodamiento que se produzca por debajo de la superficie del terreno. Los sismos producidos por explosiones volcánicas pueden ser bastante fuertes. Sin embargo, la mayor parte de los sismos, sobre todo los más fuertes, tienen origen tectónico (Nava, 1987).

1.5 Eventos Sísmicos como factores de riesgo

La tierra ha sido considerada en la literatura universal como símbolo de solides y firmeza. Las montañas no se mueven y las llanuras conservan su aplanamiento por

siempre. ¿Por siempre? A veces súbitamente y sin la menor advertencia, el terreno empieza a moverse, las construcciones crujen sobre sus cimientos y todo lo que se posa sobre la tierra parece moverse como una barca sobre las aguas. El resultado de estos movimientos en ocasiones se traduce en grandes pérdidas humanas y económicas.

Desde tiempos históricos se guarda la memoria de un gran número de terremotos destructivos; sin embargo, la ciencia que se dedica al estudio sistemático de éstos es bastante reciente.

Resulta instructivo recordar la cantidad de víctimas que puede causar un terremoto para tomar conciencia de la importancia de su estudio y de la necesidad de contar con una preparación adecuada para enfrentárseles (Nava, 1987).

Así, tanto la comunidad científica como las autoridades civiles encaran el problema progresivo y crónico que significa el tener que enfrentar los peligros potenciales de sismos futuros. En un sentido más preciso, el peligro sísmico, es definido como una probabilidad, lo cual conduce a considerar el estudio estadístico de los datos sísmicos para minimizar el peligro y por lo tanto el riesgo (Mendoza, 2007).

Riesgo sísmico

Los terremotos son una parte importante de los peligros naturales que aportan anualmente desastres a un número significativo y creciente de la población del mundo, principalmente en zonas cercanas a los límites de las placas (por ejemplo, el gran terremoto de Michoacán el 19 de septiembre de 1985, M s - 8.1 [Press et al. 1987, p.

5]. Sin embargo el riesgo sísmico puede ser importante también lejos de los límites de las placas. (Ian Main, 1996)

Según Fournier d'Albe (1988), riesgo sísmico es la probabilidad de una pérdida (humana, económica, etc.) causada por un sismo durante un tiempo definido. Esa probabilidad de pérdida depende entonces de dos factores: la peligrosidad sísmica como factor natural y la vulnerabilidad que refleja más bien las características de la intervención humana.

La probabilidad de que ocurran movimientos sísmicos en una zona determinada, refleja características de la naturaleza que no pueden ser modificadas. En cambio, la vulnerabilidad o capacidad de resistencia de las estructuras expuestas a estos movimientos, como factor que refleja la intervención humana, sí puede ser modificada.

El riesgo sísmico, por lo tanto, depende tanto de la amenaza sísmica (fuente, la trayectoria, las condiciones del lugar y locales) y en la ingeniería y las condiciones sociales, tales como la vulnerabilidad de cada uno de los edificios, la población afectada, y la real o alcanzable nivel de preparación. (Ian Main, 1996)

El riesgo sísmico depende fuertemente de la cantidad y tipo de asentamientos humanos localizados en el lugar, por lo que en la ciudad de México varía muchísimo dependiendo de la ubicación; es grande en la zona centro, construida sobre sedimentos lacustres, donde el efecto local de amplificación de ondas de periodos del orden de 2s, derribó gran cantidad de construcciones durante el sismo del 19 de septiembre de 1985, y es pequeña en zonas como el Pedregal de San Ángel, donde las construcciones, de buena calidad generalmente, están asentadas sobre roca o

sedimentos muy bien compactados. Sin embargo, el peligro potencial sísmico de esta ciudad no es muy grande, ya que se encuentra alejada de las regiones donde se producen los grandes terremotos. (Nava, 1987)

Efectos locales

Hemos mencionado arriba la influencia de efectos locales; ahora veremos, someramente, en qué consisten. El efecto local más común es el de amplificación de las ondas sísmicas; cuando una onda sísmica pasa de un medio a otro con diferentes propiedades elásticas, su energía se divide, en general, en ondas transmitidas y reflejadas, cuya amplitud depende del ángulo con el cual llegó la onda incidente y de la diferencia entre las propiedades elásticas de los medios. Si una onda pasa de cierto medio a otro con menor rigidez, podrá producir, con la misma energía, ondas de mayor amplitud, pues cuesta menos trabajo deformar el nuevo medio; esto es lo que pasa cuando una onda pasa de roca sólida a sedimentos poco consolidados.

Otro efecto observado en sedimentos del tipo de arenas o arcillas es el de licuefacción, que hace que el terreno fluya como si fuera un líquido. Esto es obviamente fatal para las construcciones asentadas sobre este tipo de suelos.

La forma del basamento en los valles puede hacer efecto de lente, enfocando las ondas sísmicas en determinados puntos o líneas llamados cáusticas, a donde llegará, por lo tanto, gran cantidad de energía, y pueden presentarse otros efectos de amplificación debidos a la topografía o a una composición compleja del suelo.

Finalmente en lugares donde hay sedimentos confinados, como en los valles, si la alimentación de energía sísmica se prolonga durante un tiempo largo (del orden de

minutos), con ondas de periodo cercano al de los modos propios de los sedimentos, éstos pueden comenzar a resonar, es decir, vibrar en sus modos propios, de manera que el movimiento aumenta cada vez más, como un columpio al que empujamos siguiendo el ritmo de sus oscilaciones. Éste es uno de los efectos que causaron grandes daños en la ciudad de México en septiembre de 1985.

Para el cálculo del riesgo es necesario tomar en cuenta no sólo el tamaño de los posibles sismos, sino también sus posibles funciones de fuente, pues los efectos sobre los edificios pueden variar dependiendo de la duración y del contenido de frecuencias de las ondas; ésta es una de las causas por la que otros sismos grandes no han sido tan destructivos para los edificios de la ciudad de México.

El cálculo del riesgo sísmico es un factor importante para la planeación de construcciones. Obviamente es imposible evitar todo riesgo, pero generalmente es posible adoptar uno razonable a cambio de gozar los beneficios de contar con escuelas, hospitales y otras construcciones que reportan beneficios al individuo y a la sociedad. (Nava, 1987)

Zonificación

Determinar en un país o una región las zonas de alto y bajo riesgo sísmico según las condiciones locales (cercanía a fallas activas, peligro sísmico en ellas, efectos de la estructura local del suelo, etc.) que afectarían a una construcción tipo (lo que permite definir el riesgo a partir de una aceleración, en general horizontal, llamada aceleración de diseño), se llama zonificación, y es de gran utilidad para la elaboración y aplicación de códigos de construcción.

Cuando la zonificación se hace con gran detalle, como el necesario para describir el riesgo sísmico de las distintas partes de la ciudad de México, se llama microzonificación.

Generalmente los valores de peligro potencial y riesgo sísmicos, reflejados en la zonificación, se consideran invariantes en el tiempo; por lo que son apropiados como base para tomar medidas preventivas permanentes, como códigos de construcción. (Nava, 1987)

Factor de riesgo

El planteamiento del problema empieza con la definición de riesgo. Varias definiciones han sido usadas en la literatura.

La definición propuesta por Fournier d'Albe (1979) dice que el riesgo puede ser expresado como una combinación de tres componentes:

1. El peligro, la probabilidad de que algún área en particular sea afectada por eventos sísmicos en un intervalo de tiempo.
2. La vulnerabilidad, una medida de la proporción del valor probable de pérdida como resultado de algún evento sísmico.
3. El valor del área amenazada, es decir, el número de vidas humanas en juego o su valor capital y capacidad productiva.

Posteriormente la definición de Fournier d'Albe (1979) fue adaptada por Tilling y Punongbayan (1993), de la siguiente manera:

Riesgo es la posibilidad de pérdidas humanas, propiedades, capacidad productiva, etc. dentro de un área determinada sujeta a (los) peligro(s).

Peligro es la probabilidad de que un área determinada sea afectada por procesos o eventos sísmicos potencialmente destructivos en un intervalo dado de tiempo.

Una evaluación del riesgo involucra considerar la siguiente relación : Riesgo = costo*vulnerabilidad*peligro; donde el costo puede incluir el número de vidas humanas, las propiedades, las obras de infraestructura y la capacidad productiva y amenazada; y vulnerabilidad es una medida de proporción del costo susceptible a ser perdido en un evento peligroso dado.

El riesgo puede ser reducido a través de la responsabilidad social o su preparación llevando a cabo medidas preventivas y/o reactivas. Dado que la preparación envuelve una reducción de la vulnerabilidad y del valor vulnerable a través de diferentes medidas, entre las cuales la más importante es la evaluación del peligro, la relación original de Fournier puede ser modificada como:

$$Riesgo = \frac{Peligro \times Vulnerabilidad \times Costo}{Preparación} \quad (1.1)$$

Actualmente se ha tratado de usar una forma práctica de las fórmulas de riesgo original como:

$$R = H * (V - P) \quad (1.2)$$

Donde H, el peligro, es la probabilidad de que un evento sísmico ocurra en un área dada en un intervalo de tiempo; V, la vulnerabilidad, es el porcentaje de la pérdida esperada del valor expuesto si ocurre dicho evento peligroso (es decir, la probabilidad

de pérdida). El símbolo * es el producto de cada para de una posible manifestación de peligro conocida y el componente de vulnerabilidad puede ser considerado realista. El riesgo es, por lo tanto, la probabilidad de perder un cierto porcentaje del valor de una región dada sobre un intervalo de tiempo causado por la posible ocurrencia de un evento sísmico particular.

La necesidad de criterios para evaluar el peligro, y la complejidad de EQ son motivos para recurrir a los métodos estadísticos, con la finalidad de estimar la distribución temporal y espacial de los peligros sísmicos y contar con factores objetivos para la definición del uso del suelo (Mendoza, 2007).

Sistemas de alerta sísmica en México

El elevado riesgo sísmico que amenaza la Ciudad de México ha motivado el desarrollo de un Sistema de Alerta Sísmica (SAS) en la región: desde 1991 está en operación el SAS de Ciudad de México (Espinosa- Aranda et al., 1995).

Este sistema aprovecha la relativa lejanía de los terremotos interplaca con el fin de alertar a la población con un tiempo prudencial sobre la llegada de una elevada carga sísmica. Para ello utiliza 15 acelerómetros distribuidos a lo largo del gap de Guerrero. Estos equipos registran el movimiento, estiman su M_w probable mediante un algoritmo que considera los primeros segundos de la fase S. En caso de que al menos dos estaciones superen cierto umbral de magnitud el sistema dispara una alerta en la ciudad, cuya difusión varía según el umbral ($M_w > 5$ ó 6). Junto con esto el SAS lleva aparejado un proyecto educativo para instruir a la población del Valle de México en la materia (Espinosa-Aranda y Rodríguez, 2003).

Indudablemente, este sistema constituye un gran avance en la lucha contra la amenaza sísmica, que ya ha difundido alertas generales en varios eventos. Pese a ello, se requiere mejorar su limitada cobertura geográfica, que no considera sismos interplaca fuera de Guerrero y excluye todos los intraslab, y reducir su elevada tasa de fallos (falsas alarmas o incorrecta predicción de los movimientos esperables en CU).

Por todo ello, Iglesias (2004) ha propuesto la implementación de un nuevo algoritmo para reducir el número de fallos. Para completar la mejora del SAS, este mismo autor sugiere una posible vía de ampliación para cubrir la zona de subducción completa (Colima-Oaxaca) y la actividad intraslab relativamente alejada de Ciudad de México, permitiendo aún tiempos de anticipación de 45-55 s según la ubicación del evento. Estas propuestas podrían mejorar notablemente la eficiencia actual del sistema. No obstante, y suponiendo que se lleve a cabo su implementación, quedan aún cuestiones por resolver respecto a la alerta sísmica en la región (García, 2006).

CAPÍTULO 2. LA SISMICIDAD

En este capítulo se exponen de manera informal algunos de los conceptos más elementales de la sismología, se explica el origen de los sismos, la manera en que se detectan y se miden; las diferentes escalas de magnitud con que se cuantifica el tamaño de un sismo son mencionadas así como sus principales ventajas y desventajas.

2.1 Tectónica de Placas

El hombre antiguo trató de explicar los sismos a través de sus mitos. Actualmente los hombres de ciencia nos dan una explicación racional de su ocurrencia; el origen de los sismos, nos dicen, se debe al callamiento o ruptura de rocas en el subsuelo en áreas muy extensas llamadas por esto áreas de ruptura o fallas. Tomó muchos años de investigación el poder hacer esta afirmación, pero actualmente sabemos que ésta es la explicación más satisfactoria, aún cuando se desconocen los detalles con que ocurre esta ruptura o callamiento.

El por qué ocurre este callamiento se explica a través de una teoría que no fue generalmente aceptada sino hasta hace unos 20 años (Espíndola, 1990). Esta teoría, llamada la tectónica de placas, nos dice de una manera breve y sencilla lo siguiente:

La tierra, nuestro planeta, cuyo radio es de aproximadamente 6370 km, está formada por capas esféricas concéntricas de diferente composición y un núcleo esférico de unos 3400 km de radio, compuesto en su mayor parte, de hierro y níquel, por lo cual también se le ha llamado sideosfera. El núcleo está dividido a su vez en núcleo externo, el cual se encuentra en estado líquido y está situado entre los 2900 y 5150 km

En la figura 2.1 se muestra la distribución de las placas que constituyen la litósfera. Las placas que forman y colindan con nuestro país son: la placa del Pacífico, la de Norteamérica, la de Cocos, la de Rivera y la del Caribe (Nava, 1987).

Sucedee que las placas se renuevan continuamente, pues de la profundidad de la tierra surge material que forma nueva litósfera mientras que otras porciones de las placas se hunden por debajo de otras para pasar a formar parte de la astenósfera. No se sabe con certeza qué causa los esfuerzos que producen los movimientos de las placas, pero se cree que estos son producidos por transferencia convectiva de calor: el enfriamiento del núcleo de la tierra, origina lentas corrientes de convección en el manto que arrastran a las placas al desplazarse (Espíndola, 1984).

Así, los bordes de algunas placas se hunden bajo los de las adyacentes, formando lo que se conoce como zonas de subducción. Estas no son las únicas formas de contacto entre las placas; en otros casos los movimientos de las placas son horizontales y casi paralelos como en la famosa falla de San Andrés, en California, donde se unen las placas del pacífico y la de Norteamérica.

La superficie de contacto entre placas es una falla; según la forma de contacto es el tipo de falla. Así por ejemplo, frente a las costas de Michoacán y guerrero se encuentra la placa de Cocos que se hunde por debajo de la Norteamericana (México es parte de ella) dando origen a una falla o sistema de fallas de cabalgadura; la placa de Norteamérica cabalga sobre la de cocos (Nava, 1987).

El movimiento relativo entre placas adyacentes no es continuo debido a la fricción entre ellas, ésta origina compresiones y tensiones en las rocas que posteriormente son liberadas como ondas sísmicas. Parte del trabajo que la tierra misma realiza sobre las

placas al hacerlas mover se acumula, en forma de energía potencial elástica, a lo largo de sus bordes hasta que se vence la fricción entre las placas y se produce un desplazamiento de una placa con respecto a la otra liberándose parte de la energía potencial como ondas mecánicas de compresión y ondas transversales. Es en este momento cuando se produce un sismo.

El área de la superficie de contacto entre las placas que sufre este desplazamiento, llamada área de ruptura, se comporta efectivamente como un emisor de ondas sísmicas, el punto donde comienza la ruptura se llama hipocentro o foco y el punto de la superficie terrestre localizado inmediatamente arriba de él se llama epicentro. A grandes distancias, la zona de ruptura aparece como un punto por lo que también se le llama foco.

Se ha observado que la velocidad media de las placas es de sólo algunos centímetros por año. Este movimiento relativo a las placas es también, la causa principal de la formación de montañas, cordilleras (cadenas montañosas), volcanes, etcétera. A este proceso de formación se le conoce como tectonismo (construcción).

2.2 Detección y medición de los sismos

Los mecanismos para detectar y medir los sismos fueron ideados a finales del siglo pasado y perfeccionados a principios del presente. En la actualidad, estos mecanismos han alcanzado un alto grado de sofisticación, pero el principio básico empleado no ha cambiado. Si tomamos en cuenta que al ocurrir un temblor, el suelo se mueve, para poder observar este movimiento tendríamos que estar en un punto fijo fuera de la tierra para no sufrir nosotros mismos ese movimiento y poder detectarlo, esto

obviamente es imposible. Sin embargo, es posible construir un mecanismo basado en el principio de inercia que pueda medir este movimiento relativo (Espíndola, 1984).

El mecanismo, consiste en una masa suspendida de un resorte acoplado a un soporte fijado al suelo, cuando el soporte se sacude al paso de las ondas sísmicas, la inercia de la masa hace que ésta permanezca un instante en el mismo sitio de reposo; cuando la masa sale del reposo oscila. Este movimiento oscilatorio no refleja el movimiento del suelo, por lo cual es necesario acoplar un sistema de amortiguamiento para volver a la masa a su sitio original. Si a este sistema acoplamos otro sistema que amplifique y registre los movimientos de la masa, ya sea en un papel, en una placa fotográfica, en una cinta magnética, etc. entonces tendremos un aparato que nos permite detectar y medir de manera continua las ondas sísmicas. A estos aparatos se les llama sismógrafos y a los registros obtenidos de ellos se les llama sismogramas.

El primer instrumento para detectar el movimiento del suelo, provocado por un sismo, fue el sismoscopio (Fig 2.2). Este instrumento medía el azimut del terremoto, pero carecía de la posibilidad de registrar el tiempo. El sismoscopio fue inventado por el filósofo chino Chang Heng aproximadamente en el año 132 D.C. Parecía una jarra de vino de casi 2m de diámetro y tenía ocho cabezas de dragón en su superficie exterior orientadas hacia los principales puntos cardinales. Cuando ocurría un sismo, un dispositivo pendular en el interior del sismoscopio empujaba una pelota colocada en la boca de cada dragón y la hacía caer en dirección en que ocurría el movimiento (Dewey and Byerly, 1969; Gómez-González, et al, 2004).



Fig 2.2 Sismoscopio 132 D.C.

Luego se utilizó el sismógrafo mecánico, mismo que está compuesto por un elemento detector del movimiento, o sismómetro, y un sistema de palancas, que sirve para amplificar el movimiento. El registro se realiza sobre un papel ahumado adosado a un tambor que gira a velocidad fija (SSN). Algunos de estos antiguos instrumentos aún se encuentran en operación en la Estación Sismológica Central Tacubaya.



Fig 2.3 Sismógrafo horizontal Bosch-Omori 1904



Fig 2.4 Sismógrafo horizontal Wiechert de 17,000 kilos 1910



Fig 2.5 Sismógrafos Verticales Wiechert de 1300 kilos 1910

Posteriormente se comenzaron a utilizar sismógrafos electromagnéticos; la única variación de este sismógrafo en relación al mecánico, es que el desplazamiento de la masa genera electricidad al mover una bobina dentro de un campo magnético de un imán. Al producirse el movimiento del suelo se genera corriente en la bobina proporcional a la velocidad de movimiento del suelo. Un galvanómetro sirve de amplificador del movimiento. Ahora, si se ha hecho incidir un haz de luz sobre el espejo unido al hilo del galvanómetro, éste sufrirá una desviación, que recogida en un papel fotográfico proporciona el movimiento del sismómetro. Este sismógrafo fue desarrollado por el príncipe B.Galitzin en 1906, sin embargo los sismógrafo electromagnéticos fueron utilizados frecuentemente a partir de los años de 1950 con sistema de registro en papel (SSN).



Fig 2.6 Sismómetro Electromagnético ruso tipo Galizin

En la época analógica se necesitaban 6 sismógrafos en cada estación para registrar 3 componentes del movimiento en periodo corto y 3 para las de periodo largo. Los primeros servían para registrar adecuadamente las ondas de volumen provenientes de sismos cercanos y los otros las ondas superficiales de los telesismos. En conjunto la banda de operación de ambos instrumentos era mucho menor a la de los actuales VBB. Con estos instrumentos de mayor resolución se redujeron las pérdidas de información (Gómez-González, et al, 2004).

La mayoría de los sensores sísmicos actuales utilizan el sistema de fuerza de retroalimentación o sistemas de fuerza balanceada. Este sistema consiste de un circuito de retroalimentación negativo, el cual ejerce una fuerza proporcional al desplazamiento de la masa inercial para cancelar el movimiento relativo. Un transductor eléctrico convierte el movimiento de la masa en una señal eléctrica, la cual es una estimación de la fuerza de retroalimentación que debe ejercerse para anular el movimiento. La cantidad de fuerza que se debe ejercer para anular el movimiento del péndulo corresponde a la aceleración del suelo. Este sistema permite extender el ancho de banda y la linealidad de los sismómetros, porque no permite grandes

movimientos de la masa que doblen los resortes o los niveles. La señal de salida de estos sistemas posee un gran rango dinámico debido a que los transductores electromagnéticos tienen un amplio rango dinámico (SSN).



Fig 2.7 Sismómetro de Banda ancha STS-2

Paralelo a la sismología se desarrolló un campo de la ingeniería que estudia las fuerzas que actúan sobre los edificios durante un sismo. Este campo se denomina Ingeniería Sísmica. Para entender estas fuerzas se desarrollaron los acelerógrafos, que miden la aceleración del suelo o la fuerza que actúa sobre los edificios. Actualmente, con los avances tecnológicos y los sensores de banda ancha, no hay diferencia entre los sismógrafos y los acelerógrafos. Sin embargo, los acelerógrafos no registran en continuo y generalmente se activa al ser excitado por una onda sísmica que se registra a alta velocidad en disco digital. Durante el registro de la aceleración de un sismo, paralelamente se realiza el registro del tiempo. A partir de esta información puede obtenerse mediante integración registros en velocidad y desplazamiento en el campo próximo (SSN).



Fig 2.8 Acelerógrafo Kinematics K-2

El conocimiento que se extrae de los acelerogramas existentes sobre efectos de la fuente, atenuación y amplificación local, puede ser extrapolable a otras zonas con características análogas a las de los registros y por tanto, de gran utilidad en la predicción del movimiento en ausencia de datos “in situ”.

Esta información resulta esencial para caracterizar el movimiento no sólo en las zonas en las que se tienen registros, sino también en otras que, por su menor sismicidad o falta de la instrumentación adecuada, no dispongan de este tipo de datos.

Así mismo ha sido necesario contar con programas especializados para tratar los datos obtenidos de los registros de los sismos entre los cuales podemos notar los programas de lectura de cabeceras y datos y conversión de formato ASCII a formato binario SAC (Seismic Analysis Code), y viceversa (SAC a ASCII); así como también macros de SAC para representación gráfica y filtrados paso-banda en frecuencias y para cálculos de velocidad y desplazamiento (integración), de espectros de amplitud y de razones espectrales entre componentes, entre otros (Cabañas, et al).

Del estudio e interpretación de los sismogramas se pueden deducir las principales características de un sismo, tales como su magnitud, la localización de su epicentro y la profundidad de su hipocentro, etc.

Los sismógrafos de tecnología contemporánea son capaces de medir y registrar con alta fidelidad todas las vibraciones producidas por un sismo, desde las altas frecuencias producidas por el movimiento fuerte del terreno alrededor del epicentro (Aki y Richards, 2002; Stein y Wysession, 2003), hasta las más lentas oscilaciones libres de la Tierra (Geller and Stein, 1977; Dziewonski, 1984; Dahlen and Tromp, 1998; Zhao et al., 2000). Además, el control de tiempo en los registros ha mejorado notablemente con la incorporación de dispositivos de geo-posicionamiento por satélite (GPS) (Gómez-González, et al, 2004). En ellos la sincronización es permanente y permite tener una autocorrección constante con una menor deriva, además de una perfecta ubicación espacial. Los adelantos tecnológicos también permiten medir, a través de una red GPS, las tensiones acumuladas en un punto a lo largo del tiempo y las deformaciones reales que se producen en el terreno. Con ello se tiene una idea de las tasas promedio de desplazamientos y de las fallas sismogénicamente potenciales que más probabilidad tienen de moverse (Barrera Morate, 2006).

La red actual de sismógrafos que se ha desplegado alrededor del mundo ha sido fundamental para la investigación; los instrumentos de banda ancha permiten estudiar la anisotropía en el núcleo interno de la Tierra, el gradiente de velocidades en el núcleo externo hacen posible localizar zonas de materiales con baja densidad en la interfaz manto-núcleo (Young and Lay, 1987; Inoue et al., 1990; Wysession, 1996; Gómez-González, et al, 2004).

2.3 Ondas sísmicas

El estudio de gran número de sismogramas ha permitido diferenciar dos tipos principales de ondas sísmicas: los primeros arribos, divididos, a su vez, en longitudinales y transversales, y las superficiales, divididas en ondas Rayleigh o R y ondas Love o L (Nava, 1987; Espíndola, 1984).

Los primeros arribos son las ondas más rápidas y, por tanto, las primeras que registran los sismógrafos. Su velocidad de propagación depende de la naturaleza del medio sólido por el que se transmiten, en especial, de su densidad y de sus propiedades elásticas. En general, estas ondas aumentan su velocidad de propagación con la densidad y, por tanto, con la profundidad, pues en el interior de la tierra la densidad de los materiales aumenta con aquella. De los tipos mencionados, las longitudinales provocan en las partículas sólidas afectadas, movimientos en el mismo sentido de la dirección de la propagación, siendo, por tanto, ondas de compresión y distensión. Su velocidad de propagación depende de la profundidad: por ejemplo, en la corteza terrestre su velocidad oscila entre 6 y 8 km/s. Debido a que son las primeras en ser detectadas por los sismógrafos, también se les denomina ondas P (de primarias). Las ondas transversales producen en las partículas afectadas movimientos perpendiculares a la dirección de propagación; son, pues, ondas de cizalladura; se les denomina también ondas S (de secundarias); presentan velocidades de propagación de 3.5 a 5.2 km/s, y se caracterizan por no transmitirse a través de medios fluidos.

Las ondas superficiales sólo se propagan por la superficie terrestre, y se originan de las ondas P y S. En los sismos poco profundos son las que transportan más energía y las de

mayor efecto destructor. Las ondas R son de periodo largo y producen en las partículas afectadas movimientos elípticos sobre los planos verticales a la superficie y en sentido opuesto a la dirección de propagación; su velocidad es menor que la de las ondas S.

Las ondas L se producen únicamente en estratos rocosos caracterizados por una baja velocidad de propagación, son de periodo largo y producen en las partículas afectadas un movimiento perpendicular a la dirección de propagación; la diferencia con las ondas R está en que las ondas L están polarizadas horizontalmente, en el plano de superficie terrestre.

A partir del punto del interior de la tierra donde se produce el rompimiento de las rocas se originan las ondas sísmicas que se propagan en todas direcciones. En el interior de la tierra, las ondas P y S, sufren reflexiones, refracciones y amortiguaciones que indican la falta de homogeneidad de los materiales por los que se propagan. A las zonas del interior de la tierra, en las que se produce una brusca variación en las velocidades de propagación de las ondas sísmicas, se les denomina discontinuidades sísmicas; su existencia indica cambios notables en la composición o en el estado físico de los materiales. Es mediante el estudio de la propagación de las ondas sísmicas en el interior de la tierra que ha sido posible establecer el modelo estructural de capas de la tierra antes mencionado (Nava, 1987).

2.4 Localización de un sismo

Como ya se mencionó anteriormente, el estudio o análisis de los sismogramas nos permite también determinar la localización del hipocentro o foco donde se originó un

sismo y su magnitud. Pero ¿Cómo es que los sismólogos determinan la localización del epicentro de un sismo?

En los sismogramas se registran, en orden sucesivo de tiempo, los diferentes tipos de ondas generadas por un sismo. Las diferencias de tiempo de llegada entre las ondas P y S registradas en una estación sismológica están en función de su distancia al sitio donde se originó el sismo. Como ya se mencionó, la velocidad de las ondas P es mayor que la de las ondas S, ($V_p > V_s$); teóricamente, $V_p = \sqrt{3}V_s$ (condición de Poisson). Si Δt es la diferencia de tiempo en segundos de llegada entre las ondas P y S, entonces la distancia al epicentro puede calcularse por (Nava, 1987):

$$d = \frac{V_p V_s}{V_p - V_s} \Delta t \quad (2.1)$$

De este modo una estación puede proporcionar la distancia al epicentro, pero no su dirección. Para determinar la ubicación del epicentro son necesarias, al menos tres estaciones: el epicentro es el punto en donde se intersecan circunferencias centradas en cada una de las estaciones y de radio igual a la distancia del epicentro a la estación correspondiente (Espíndola, 1984).

Cuando ocurre un sismo, las ondas generadas por la liberación repentina de energía en el hipocentro viajan en todas direcciones y son registradas por los sismómetros que se encuentran en las estaciones sismológicas ubicadas en todo el territorio nacional (figura 2.8). El tiempo que tardan en registrarse las ondas P y las ondas S en cada estación sismológica es de gran utilidad para obtener la localización epicentral del sismo (SSN).

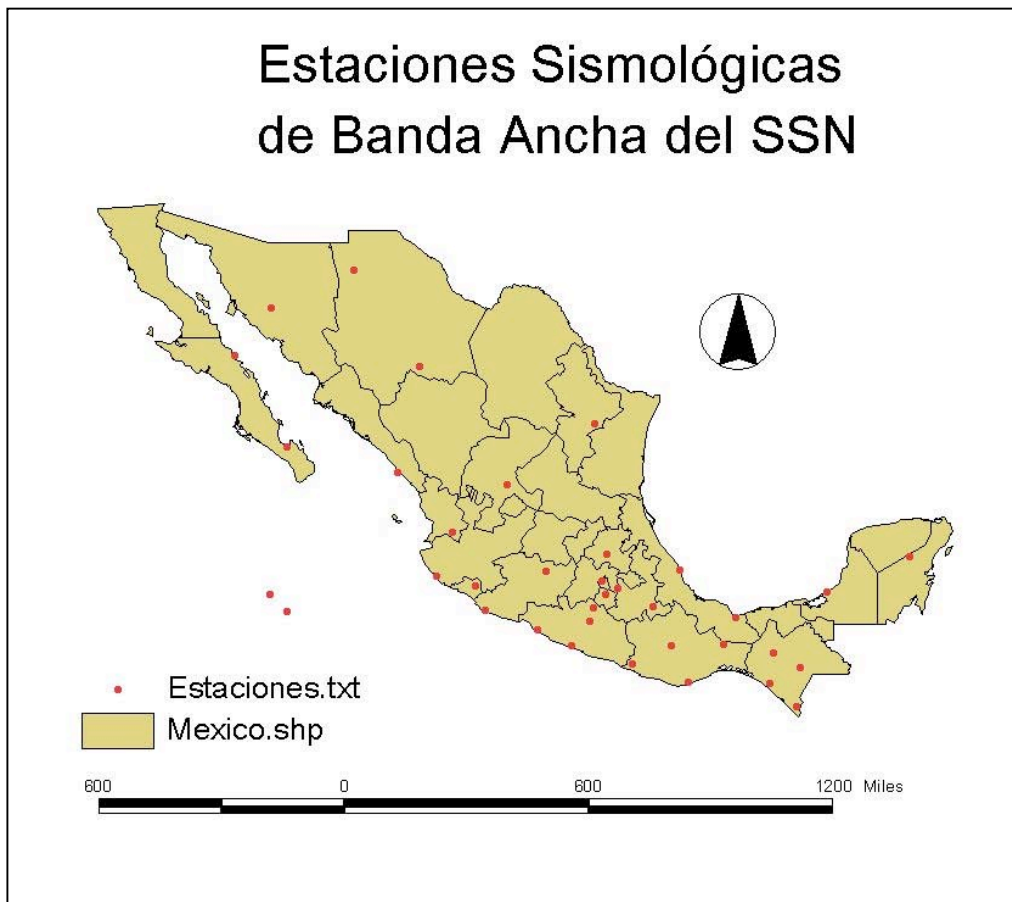


Figura 2.9. Estaciones sismológicas de Banda Ancha del Servicio Sismológico Nacional.

Para conocer a qué distancia se encuentra el epicentro de una estación determinada (S_1) se obtiene la diferencia del tiempo de llegada entre las ondas P y S en esa estación. El resultado se multiplica por la velocidad teórica de viaje de las ondas P que es de 8 km/s. Si se traza un círculo alrededor de la estación cuyo radio es el valor obtenido anteriormente (figura 2.9), se obtendrá una circunferencia cuyo límite sería la región probable donde ocurrió el evento. Al realizar este mismo procedimiento para otras dos estaciones (S_2 y S_3) se verá que las tres circunferencias cortan entre sí en un mismo punto. Es en este lugar donde se encontrará el epicentro del sismo.

Este procedimiento es ideal si consideramos que el material del que está compuesta la tierra es uniforme. Sin embargo, en la realidad esto es muy diferente. La tierra está compuesta por diferentes capas. Por esta razón las ondas se comportan de diferente manera al atravesar de un medio a otro. El cálculo de la distancia epicentral se vuelve entonces más complejo y son necesarios sistemas más especializados que requieren de mayor tiempo para efectuar una localización de gran precisión (SSN).

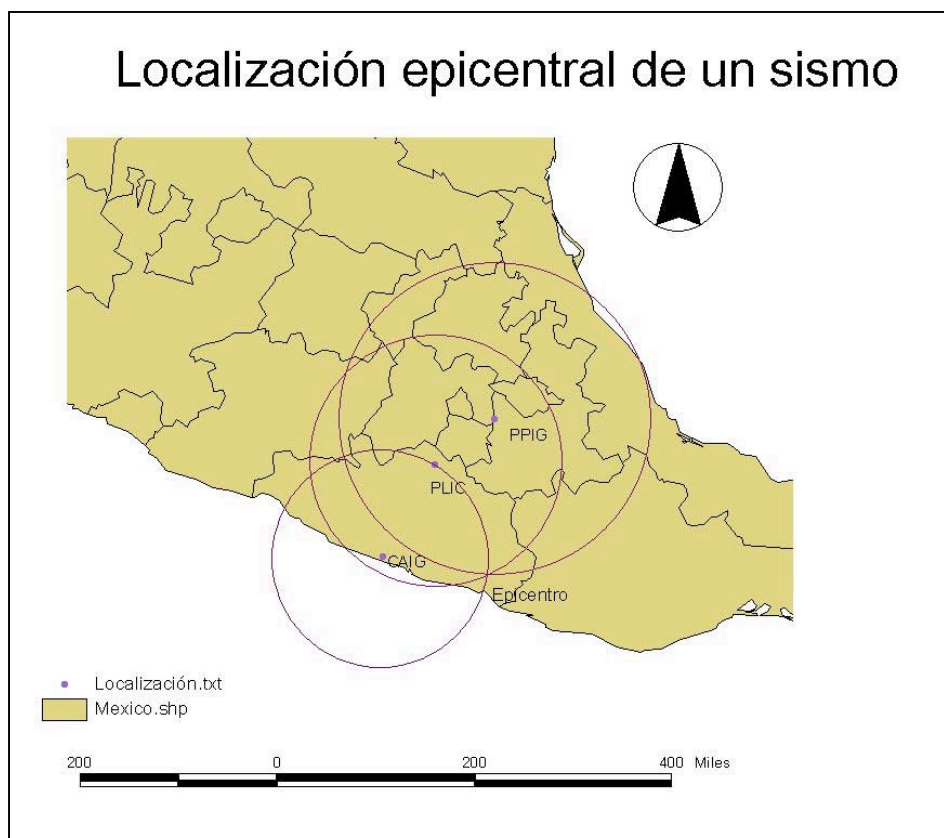


Figura 2.10. Localización epicentral de un sismo.

Conociendo la distancia (d) de una estación sismológica al epicentro, ésta puede representarse como un círculo de radio d con centro en dicha estación. Si contamos con observaciones al menos en tres estaciones, el punto de intersección (E) de los círculos corresponde al epicentro. En la figura se representa el ejemplo de un sismo en las costas de Guerrero, localizado mediante registros de las estaciones: Tacubaya, D.F. (TAC); Presa Infernillo, Mich. (PIM); y Pinotepa Nacional, Oax. (PIO).

En la práctica, el procedimiento para localizar epicentros en los observatorios sismológicos es más complejo, pues debe tomarse en consideración la estructura

interna y la esfericidad de la tierra. La relación anterior sería realmente válida si V_p y V_s fueran constantes; lo cual no ocurre debido a la anisotropía de la tierra. Las localizaciones epicentrales se hacen rutinariamente por medio de una computadora, aunque el principio general es el mismo ya descrito.

El cálculo de la localización epicentral y la magnitud en el Servicio Sismológico Nacional se realiza de forma rápida con la ayuda de programas computacionales y personal técnico especializado. Sin embargo, no son parámetros que puedan obtenerse en tiempo real (SSN).

En conclusión dentro de las diferentes disciplinas que componen a la geofísica, la sismología es una de las que ha tenido mayores avances en el último siglo. Varios de sus aportes se deben en buena medida a los avances tecnológicos instrumentales y computacionales, los cuales han permitido desarrollar el conocimiento en múltiples áreas. Es difícil imaginar en que nivel estaría la sismología hoy sin la evolución que han tenido los sismógrafos y las computadoras. La estimación de velocidades de propagación de ondas sísmicas es actualmente una de las herramientas fundamentales para conocer las propiedades físicas y las variaciones en la composición del interior del planeta. El conjunto de avances en sismología, principalmente durante el siglo XX, la han proyectado como parte esencial del conocimiento humano.

2.5 Intensidad y magnitud

Otra característica de interés de un sismo es la que se refiere a su tamaño. Los primeros intentos que se hicieron para clasificar y cuantificar los sismos se basaron en

su poder destructivo, haciendo estudios descriptivos de los daños causados por ellos. En 1902 el sismólogo Giuseppe Mercalli propuso una escala de intensidad de doce grados, para catalogar los daños producidos por los sismos. Actualmente, en México, se usa la escala de intensidades de Mercalli Modificada (MM), que fue abreviada por Charles Richter en 1986, tomando como base la escala original de Mercalli.

Las escalas de intensidad representan únicamente una medida del poder destructivo de un sismo o de los efectos que éste tubo sobre los seres humanos y edificaciones en un lugar determinado. Para un mismo sismo es claro que la intensidad puede variar notablemente de un lugar a otro, dependiendo de la distancia al epicentro y de las condiciones geológicas locales (Suárez et al, 1987). Si bien la intensidad es una medida del poder destructivo o de la severidad con que se manifiesta un sismo en determinados sitios, no nos dice qué tanta energía se liberó al ocurrir el callamiento que lo produjo; es decir, no nos dice cuál fue su magnitud.

En 1931 el sismólogo japonés Wadati observó, al comparar los sismogramas de diferentes sismos, que la amplitud máxima de las ondas sísmicas registradas parecía proporcional a la dimensión del sismo. Este concepto fue posteriormente desarrollado en 1935 por Charles Richter quien definió el concepto de magnitud pensando en un parámetro que cuantificara de alguna manera, la energía liberada por un sismo (Richter, 1935). La magnitud Richter o magnitud local indicada usualmente por M_L , está definida como el logaritmo (base 10) de la máxima Amplitud A_{max} , medida en milímetros, registrada en una sismógrafo Wood-Anderson estándar (sismógrafo de péndulo horizontal) menos una corrección debida a la distancia, d , entre el epicentro y

el lugar de registro, correspondiente al logaritmo de la amplitud, $A_0(d)$, que debe tener, a esa distancia, un sismo de magnitud cero:

$$M_L = \log(A_{\max}) - \log A_0(d) \quad (2.2)$$

El sismo de magnitud cero se define como aquel que teniendo su epicentro a 100km de la estación, deja una traza de amplitud igual a una micra en un sismógrafo Wood-Anderson (elegido como el sismógrafo patrón) (Espíndola, 1984). Proponer esta escala de magnitud, conocida hoy en día como la escala de Richter, basada en la amplitud máxima de los sismogramas de sismos ocurridos al sur de California EUA y registrados por una amplia red de sismógrafos Wood-Anderson, fue posible debido al hecho de que dos sismos cualesquiera de diferente tamaño, medidos a iguales distancias de sus hipocentros tienen la propiedad de que la razón entre la amplitud del sismograma de uno y la del otro permanece aproximadamente constante en el tiempo, independientemente de la distancia a la que se encuentre de la estación, siempre y cuando ésta sea menor a 600km; por lo cual también se le llama magnitud local.

Escalas de magnitud

La escala original de Richter tomaba las amplitudes máximas de ondas superficiales, originadas por sismos ocurridos a cortas distancias, para calcular la magnitud local M_L . Posteriormente, el uso ésta escala de magnitud se extendió para calcular magnitudes a grandes distancias. Se definieron las escalas de magnitud: m_b magnitud de ondas de cuerpo, determinada a partir de las amplitudes máximas de las ondas P, y M_s magnitud de ondas superficiales, determinada a partir de las amplitudes máximas de las ondas S.

En varias partes del mundo se utilizan diferentes definiciones de estas magnitudes; casi todas están basadas en el logaritmo de la amplitud máxima del desplazamiento del terreno, la cual es igual a la amplitud máxima leída en el sismograma entre la aplicación del sismógrafo para la frecuencia predominante de la onda correspondiente, más una corrección que depende de la distancia (a veces también de la región epicentral) y de la profundidad epicentral, así como del periodo de las ondas observadas.

Por ejemplo Singh (1984) reporta la magnitud M_S , de sismos mexicanos poco profundos (profundidad del hipocentro $H \leq 65\text{km}$), la cual fue definida por

$$M_S = \log(A) + 1.656 \log(\delta) + 1.818 + s \quad (2.3)$$

donde $A = \sqrt{A_E^2 + A_N^2}$, A_E y A_N son las amplitudes máximas de las componentes este-oeste y norte-sur respectivamente del desplazamiento del terreno en micras, para ondas superficiales con periodos entre 17 y 20 segundos, δ es la distancia epicentral en grados y s es una corrección a la estación.

El Servicio Sismológico Nacional reporta la magnitud M_S , basada en la fórmula propuesta por Vaňek (1962) (Singh et al, 1984).

$$M_S = \log\left(\frac{A}{T}\right)_{\max} + 1.66 \log(\delta) + 3.3 \quad (2.4)$$

donde la amplitud máxima A y el periodo T son medios directamente de los sismogramas del sismógrafo horizontal Wiechert de 17 toneladas de la estación Tacubaya.

La selección de la escala de magnitud más adecuada depende de la magnitud del sismo y de la distancia del epicentro a las estaciones. Sin embargo, los medios de comunicación no especifican el tipo de escala que se utilizó y añaden de su cosecha la palabra “Richter” a cualquier valor de magnitud que estén informando. Esto crea situaciones confusas, pues se reportan diferentes valores de magnitud para un mismo sismo, ya que muchas veces M_L , m_b y M_S no tienen el mismo valor para un mismo sismo.

Las magnitudes M_L , m_b y M_S tienen dos problemas graves: Un sismo grande satura los sismógrafos cercanos a él, es decir, produce ondas mayores de las que los aparatos pueden registrar, resultando sismogramas truncados, de manera que no podemos saber cuánto vale el desplazamiento máximo. Es común que los sismógrafos no saturados se encuentren a una distancia de más de 600 km del epicentro, para la cual ya no es válida la definición de M_L . Sin embargo es posible obtener una estimación de M_L a partir de registros de acelerógrafos (Nava, 1987). El otro problema grave es que la ruptura asociada con un sismo grande dura bastante tiempo comparado con el tiempo de ruptura de sismos pequeños y durante todo ese tiempo radia energía; por lo tanto, como estas definiciones de magnitud se refieren solamente a una característica momentánea del sismograma, leída además en un instrumento de periodo corto, resulta que no pueden distinguir entre un sismo que genere un pulso de una amplitud determinada y otro que produzca varios pulsos de la misma amplitud. Este defecto es conocido también como saturación de la magnitud, y hace que las magnitudes calculadas para periodos cortos como M_L y m_b sean confiables sólo para sismos menores del grado 7, mientras que la magnitud M_S , determinada para ondas con periodos de alrededor de 20 segundos, se satura para grados mayores al 8.3. En

general cualquier medida de magnitud se satura cuando el periodo dominante de las ondas observadas es menor que el tiempo de ruptura de la fuente sísmica. Con el propósito de evitar este problema, se propuso la magnitud de momento M_w , que considera las ondas de periodo muy largo (muy baja frecuencia). Su valor se determina a partir del logaritmo del momento sísmico M_0 (M_0 en dinas*cm) como (Kanamori et al, 1979):

$$M_w = \frac{2}{3} \log M_0 - 10.7 \quad (2.5)$$

El momento sísmico M_0 es un parámetro que está directamente relacionado con el “tamaño” (energía radiada) de un sismo; depende de la resistencia que opone un medio a la ruptura, del área de ruptura y del desplazamiento promedio entre las placas. Se define como:

$$M_0 = \mu S \bar{D} \quad (2.6)$$

donde μ es el módulo de rigidez, S es el área de ruptura y \bar{D} es el desplazamiento medio al momento de la ruptura.

Otra escala de magnitud muy usada para determinar la magnitud de sismos locales, es la escala basada en la duración de la coda. Después de la llegada de las ondas P y S la amplitud de la señal registrada en el sismograma decrece poco a poco; esta parte de la “cola” de la señal se llama coda, y se debe a la energía sísmica “dispersa” que llega hasta el sensor después de haber sido reflejada por las heterogeneidades propias del subsuelo (Nava 1987). La escala M_c es muy estable, pues depende menos que M_L de factores como el azimut entre fuente y receptor, distancia y geología del lugar, que causan gran dispersión en los valores de ésta. Actualmente el Servicio Sismológico

Nacional determina la magnitud de la coda M_C mediante la fórmula propuesta por Havskov (1979) (SSN, 1992):

$$M_C = 0.09 + 1.85 \log(T) + 0.0004(D) \quad (2.7)$$

donde T es la duración de la coda en segundos y D es la distancia epicentral en km. Esta fórmula se obtuvo ajustando M_C a diferentes valores de m_b reportados por el PDE (Preliminary Determination of Epicenters) del National Earthquake Information Center.

Por lo tanto, cada escala de magnitud evalúa el “tamaño” de un sismo a través de un rango de frecuencias M_L y m_b valoran pulsos de periodo corto, relacionados con la caída de esfuerzos y de detalles de la historia de la ruptura. M_S mide periodos intermedios y depende, por lo tanto de tendencias en la historia de ruptura, también depende frecuentemente de la profundidad de la fuente sísmica. M_W es una medida de periodo largo, mide las características promediadas de la fuente y se relaciona con la dimensión y tiempo total de la ruptura.

Como ya se mencionó anteriormente, el concepto de magnitud se definió pensando en un parámetro que cuantificara de alguna manera la energía liberada por un sismo; por lo tanto, la magnitud debe relacionarse con la energía. En 1956 Gutenberg y Richter obtuvieron que la energía total de las ondas sísmicas E_S está relacionada con la magnitud de ondas superficiales M_S como:

$$\log_{10} E_S = 1.5 M_S + 11.8 \quad (2.8)$$

No toda la energía elástica ΔW acumulada por las rocas se libera, durante la caída de esfuerzos que se da al ocurrir la ruptura, como ondas sísmicas; gran parte de ésta se

gasta al vencer la fuerza de fricción cinética durante el desplazamiento de las placas.

Por lo tanto:

$$E_s = \eta \Delta W \quad (2.9)$$

donde η es la eficiencia sísmica ($\eta < 1$). Si σ_0 es el esfuerzo al iniciar la ruptura y σ_1 es el esfuerzo al final de la ruptura, entonces el esfuerzo cortante promedio durante la caída de esfuerzos ($\Delta\sigma = \sigma_0 - \sigma_1$) es $\bar{\sigma} = \frac{1}{2}(\sigma_0 + \sigma_1)$. Si \bar{F} es la fuerza media que actúa sobre la superficie de área S que se fractura, entonces

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{F}}{S} = \bar{F} \frac{\mu \bar{D}}{M_0} = \frac{\mu \Delta W}{M_0} \quad (2.10)$$

de donde

$$E_s = \frac{\eta \bar{\sigma}}{\mu} M_0 \quad (2.11)$$

sustituyendo

$$\log M_0 = 1.5 M_s + \left(11.8 - \log \left(\frac{\eta \bar{\sigma}}{\mu} \right) \right) \quad (2.12)$$

Ahora $\eta \bar{\sigma}$ es aproximadamente constante para la mayoría de los grandes sismos ($M_s \geq 6$) y el valor de μ se ha tomado, universalmente, igual a $3 \times 10^{11} \frac{\text{dinas}}{\text{cm}^2}$. Por lo tanto el segundo sumando en la relación anterior se puede considerar como una constante. Ésta ha sido calculada ajustando M_s a $\log M_0$ para sismos interplaca de todo el mundo y su valor medio es 16.1 (Kanamori, 1977; Singh et al, 1980). Por lo tanto, podemos calcular M_s a partir de M_0 (M_0 en dinas*cm).

$$M_s = \frac{2}{3} \log M_0 - 10.7 \quad (2.13)$$

Pero ésta es precisamente la definición de la magnitud de momento sísmico. Debido a que la escala de magnitud M_s se satura para sismos de magnitud mayor a 8.3 el lado derecho de la relación fue un buen candidato para magnitud de sismos grandes (Kanamori et al, 1986).

CAPITULO 3. ESTUDIOS ESTADÍSTICOS DE LOS SISMOS

En este capítulo se presenta una descripción de algunos métodos ya utilizados en el estudio estadístico de sismos, así como la descripción de otros que no se han utilizado propiamente en los sismos y se utilizarán en éste estudio.

3.1 Algoritmos CN y M8

Un ejemplo de un método de predicción de escala de tiempo intermedia, basada en la identificación de cambios en los patrones de sismicidad anterior a un fuerte sismo, son los algoritmos CN y M8 (Keilis-Borok, et al, 1990). Ambos algoritmos consisten en la identificación del **Tiempo de Incremento de la Probabilidad** (TIP) de un futuro sismo en una cierta región; la predicción de sismos se define como una sucesión paso a paso de reducciones en el espacio e intervalos de tiempo dentro de los cuales un futuro sismo es esperado.

Estos algoritmos están diseñados para identificar cuantitativamente la ocurrencia de alguna de las siguientes características de la sismicidad: cualitativamente, un significativo incremento de sismicidad en el rango de magnitud intermedia, el cual tiene lugar de tres a cinco años antes de un gran sismo, sobre una región hasta de 10-15 veces el tamaño de las dimensiones de ruptura del futuro sismo. Este incremento en la actividad es expresado como un incremento en la razón de ocurrencia de sismos por unidad de tiempo, un incremento en el tamaño promedio de los sismos y un incremento en el agrupamiento de sismos en el tiempo cercano al gran evento que se

aproxima. Muchas veces el incremento de actividad es precedido por un episodio de relativa quietud.

Un terremoto no es necesariamente precedido por todos estos fenómenos; los algoritmos están diseñados para determinar la importancia de esta variabilidad. Un terremoto está definido si tiene una magnitud (usualmente magnitud de ondas superficiales) mayor que un cierto umbral M_0 son positivamente correlacionados. La identificación de un TIP hace uso de la sismicidad sobre un rango de magnitud $M > M^*$, donde $M^* \ll M_0$.

Desde una ventana temporal deslizante, varias mediciones gruesas de fluctuaciones temporales en la actividad sísmica son determinadas. Un TIP es diagnosticado si se observa que ocurre cierta combinación de estas mediciones, diferente para los dos algoritmos. Estas combinaciones fueron definidas a través de un análisis retrospectivo de sismos ocurridos en California y Nevada para el algoritmo CN y mundialmente para el algoritmo M8.

Las funciones usadas en estos algoritmos son normalizadas para que ellas puedan ser aplicadas uniformemente a diferentes regiones y para diferentes valores de M_0 . Estas pruebas tienen aciertos en predicciones retrospectivas el 77% terremotos para el algoritmo CN, y 89% para el M8. Así cerca de 80% de los terremotos fueron precedidos por TIP's; la duración total de los TIP's fue alrededor de 20% del intervalo de tiempo total (Rudolf, 1995).

Algoritmo M8

Las primeras pruebas del algoritmo M8 datan de 1984, cuando se aplica con carácter retroactivo para el diagnóstico de TIP's, para los sismos más grandes del mundo (magnitudes de 8 en adelante), a lo que debe su nombre. Posteriormente, el algoritmo ha sido objeto de numerosos estudios a nivel regional y global (Wyss et al, 1999).

En la mayoría de las aplicaciones, el M8 diagnostica TIP's en un conjunto de áreas traslapadas uniformes, las cuales pueden ser círculos o cuadrados, que es construido en la región bajo investigación. Las dimensiones lineales de estas áreas son proporcionales a las dimensiones aproximadas de la fuente de un sismo de magnitud M_0 . Siete características de la secuencia sísmica son consideradas en cada área representando diferentes medidas temporales de la actividad sísmica, su desviación de la tendencia de largo término, concentración de fuentes sísmicas y agrupamiento. El algoritmo cuenta cuántas características son mayores que ciertos umbrales. Si el número de tales características, incluyendo agrupamientos, es menor que seis en los precedentes tres años, un TIP es declarado para los siguientes cinco años. Si un fuerte sismo ocurre en la zona, el TIP en aquella área es desactivado (Wyss et al, 1999).

En algún sentido estos algoritmos representan una sistematización de fenomenología convencional aproximada a la predicción de sismos. Convencionalmente, precursores, tales como la quietud o el agrupamiento sísmico, son frecuentemente considerados retrospectivamente y uno a la vez (Rudolf, 1995).

3.2 Estudios previos

Apostol (2005) sostiene que se puede derivar la distribución del tiempo con un tiempo promedio de la ocurrencia del terremoto por medio de la medida de tiempo de recurrencia y la tasa de sismicidad utilizando leyes de potencias. Sin embargo considera que es necesario actuar con cautela pues los grandes terremotos muy difícilmente podrían considerarse como eventos estadísticos debido a su carácter singular.

Concluye que este enfoque estadístico es también sugerido por la distribución de las magnitudes de la diferencia del número de terremotos, por una distribución similar de los terremotos que exceden un valor dado (exceso o por una ley de recurrencia), por la distribución temporal de las réplicas tipo Omori, por la magnitud promedio de réplicas y por el momento Poisson como distribución de tiempos de recurrencia. Sin embargo considera a todas estas leyes son semi-empíricas con validez limitada; limitación que dice, proviene de que los sismos pequeños y los grandes terremotos por su naturaleza poco confiable no pertenecen a un conjunto estadístico

También concluye que la distribución temporal de un terremoto se deriva de una distribución de tipo Omori y la distribución de la diferencia de las magnitudes así como la tasa de exceso se derivan de una distribución exponencial.

Posteriormente y dado que los mecanismos físicos de las fuentes sísmicas son en gran parte desconocidos y los patrones expuestos por los terremotos en el espacio y en el tiempo siguen siendo una cuestión de debate, Apostol (2006) propone un modelo de acumulación de energía para obtener una ley de potencias para la distribución

estadística de la energía; proponiendo además que la auto-coherencia del proceso de generación que acompaña a los fenómenos sísmicos requiere una ley exponencial para la generación de la distribución.

3.3 Ley de Gutenberg-Richter

Al notar que el número de sismos de magnitud local $3.5 \leq M_L \leq 7.0$, ocurridos al sur de California E. U. A., entre 1934 y 1943, decrecía exponencialmente conforme se incrementa la magnitud; los sismólogos Beno Gutenberg y Charles Richter propusieron, en 1944, una relación empírica para la densidad de frecuencias de la magnitud local por unidad de tiempo (Gutenberg y Richter, 1944). Esta relación, conocida hoy en día como la relación de Gutenberg-Richter, puede expresarse como $\dot{n}(M) = 10^{a-bM}$. Aunque es más frecuente encontrarla en la literatura universal como $\log \dot{n}(M) = a - bM$; donde $\dot{n}(M)dM$ representa la frecuencia, por unidad de tiempo, de sismos cuya magnitud se encuentra en el intervalo $[M, M + dM)$; los parámetros ' a ' y ' b ' aparecen en la relación como constantes pero en realidad dependen del tiempo de muestreo y del nivel regional de sismicidad, ' b ' tiene valores característicos para distintas regiones de la tierra, pero su valor siempre es cercano a uno. En esta relación, $\dot{n}(M)$ es una función que depende de la variable continua M ; sin embargo, en la práctica, M se reporta como una variable discreta, pues debido a los errores que se cometen en su determinación ésta se agrupa en intervalos cuya amplitud es el doble del error y cuya marca de clase es la magnitud reportada. El muestreo de la variable M se realiza en intervalos de tiempo suficientemente grandes de tal manera que los

parámetros 'a' y 'b' se puedan considerar como constantes. Por lo tanto, el número N de sismos que ocurren en un intervalo $M_1 \leq M < M_2$ está dado por:

$$N(M_1 \leq M < M_2) = \int_{M_2}^{M_1} \dot{n}(M) dM \Delta t \quad (3.1)$$

$$= \frac{10^a}{b \ln 10} (10^{-bM_1} - 10^{-bM_2}) \Delta t \quad (3.2)$$

Lo cual es más conveniente escribir como:

$$\dot{N}(M_1 \leq M < M_2) = \frac{10^a}{b \ln 10} (10^{-bM_1} - 10^{-bM_2}) \quad (3.3)$$

En donde $\dot{N}(M)$ es el número de sismos por unidad de tiempo (generalmente un año).

En particular, en el caso en que las magnitudes reportadas en un catálogo estén afectadas por un error de $\pm \Delta M$, la relación anterior se transforma en:

$$\dot{N}(M) = \frac{10^{a-bM}}{b \ln 10} (10^{b\Delta M} - 10^{-b\Delta M}) \quad (3.4)$$

La cual podemos reescribir como:

$$\dot{N}(M) = 10^{A-bM} \quad (3.5)$$

o bien

$$\log \dot{N}(M) = A - bM \quad (3.6)$$

en donde $\dot{N}(M)$ es el número de sismos, por unidad de tiempo, con magnitud entre $M - \Delta M$ y $M + \Delta M$, y la constante 'A' está dada por:

$$A = a - \log(b \ln 10) + \log(10^{b\Delta M} - 10^{-b\Delta M}) \quad (3.7)$$

La relación lineal (3.7) fue obtenida por Gutenberg y Richter para la magnitud local de sismos ocurridos en California entre 1934 y 1943, y para los sismos de todo el mundo ocurridos entre 1922 y 1943. Estudios posteriores con los datos disponibles de todas las regiones del mundo verificaron que ésta se sigue cumpliendo y que es válida para otras escalas de magnitud tales como M_S , m_b , M_W y M_C ; por tal motivo a esta relación, la cual ha sido aceptada universalmente se le ha llamado la Ley de Gutenberg-Richter (Rudolf, 1995).

3.4 Leyes de Potencias

Un fenómeno que obedece a una ley de potencia es aquel que, fundamentalmente, no posee una escala característica propia. Por ejemplo, una función potencial $f(x) = cx^\alpha$, donde c y α son constantes, para el caso en el que $\alpha = 1$ se tiene el caso especial $f(x) = cx$, el cual para $c < 0$ describe la fuerza de restauración de un resorte lineal; si $\alpha = -2$ y $c < 0$ se tiene la ley de la gravitación de Newton $f(x) = cx^{-2}$. Estas leyes de potencias simples, que además son abundantes en la naturaleza, tienen la característica de tener un comportamiento denominado auto-similar, que se refiere a que si x es reescalada, entonces $f(x)$ sigue siendo proporcional a x^α aunque con diferente constante de proporcionalidad. En otras palabras, en una representación bilogarítmica ($\log S(f) - \log f$) el espectro de potencia es una recta con espectro lineal de pendiente β . Esta afirmación se puede demostrar mediante las siguientes ecuaciones.

Si el espectro de potencia es de la forma $S(f) = c \cdot f^{-\beta}$ y se le aplica el logaritmo, queda:

$$\log(S(f)) = -\beta \log(f) + \log(c) \quad (3.8)$$

$$y = mx + b \quad (3.9)$$

Las funciones homogéneas tienen la propiedad interesante de reducirse a si mismas por reescalamiento, por lo que la invariancia de escala resulta del hecho de que las leyes de potencia carecen de escala, ellas no tienen una unidad característica. Se dice entonces que tales leyes son libres de escala o paradójicamente verdaderas en todas las escalas. Literalmente esta propiedad es totalmente válida para modelos matemáticos; sin embargo, los sistemas reales que son descritos por esta clase de funciones, necesitan limitantes de acuerdo a la naturaleza del fenómeno.

3.5 Los sismos como un fenómeno multifractal

Muchos sistemas geológicos son extremadamente complejos; sin embargo un aspecto fundamental de una amplia variedad de ellos es la invariancia de escala. El concepto de fractal ha sido introducido para tratar problemas de invariancia de escala. La definición de una distribución fractal es la relación:

$$N(r) = \frac{C}{r^D} \quad (3.10)$$

Donde $N(r)$ es el número de objetos con una dimensión lineal característica mayor que r , C es una constante y D en la dimensión fractal.

Los sismos se encuentran entre los fenómenos fractales más interesantes, pues éstos tienen varias propiedades fractales y éstas son de la forma:

$$\log X = \alpha + \beta M_s \quad (3.11)$$

donde X es un parámetro de fuente sísmica; α y β son constantes que surgen de condiciones de similaridad. Así, el parámetro X es una función $X=X(M_s)$, unívoca y continua de la variable M_s

$$X(M_s) = 10^{\alpha + \beta M_s} \quad (3.12)$$

con derivada también continua para toda M_s . La relación anterior define una correspondencia biunívoca entre M_s y X , por lo que existe una función inversa $M_s = M_s(X)$.

$$M_s(X) = \frac{1}{\beta} (\log X - \alpha) \quad (3.13)$$

siendo único el valor de M_s . Si consideramos a M_s como una variable aleatoria con función de densidad de frecuencias dada por la relación de Gutenberg-Richter, entonces el parámetro X es una variable aleatoria y su función de densidad de frecuencias por unidad de tiempo es, según el teorema de cambio de variable de una distribución continua (Cramer, 1960) :

$$\dot{n}(X) = \dot{n}(M_s(X)) \left| \frac{dM_s}{dX} \right| \quad (3.14)$$

es decir

$$\dot{n}(X) = \frac{10^{\frac{a+\alpha b}{\beta}}}{\beta \ln 10} X^{-\frac{b}{\beta-1}} \quad (3.15)$$

donde $\dot{n}(X)dX$ representa la frecuencia, por unidad de tiempo, de sismos cuya característica X se encuentra en el intervalo $[X, X+dX)$. Por lo tanto el número de sismos con una característica X mayor que X_0 está dado por

$$\dot{N}(X > X_0) = \int_{X_0}^{\infty} \dot{n}(X)dX = \frac{10^{\frac{a+\alpha b}{\beta}}}{b \ln 10} X_0^{-\frac{b}{\beta}} \quad (3.16)$$

como a , b , α y β han sido consideradas como constantes, entonces la relación anterior es una relación fractal, es decir

$$\dot{N}(X) = \frac{C}{X^{\frac{b}{\beta}}} \quad (3.17)$$

es el número de sismos con una característica mayor que X . La constante C está dada por

$$C = \frac{10^{\frac{a+\alpha b}{\beta}}}{b \ln 10} \quad (3.18)$$

Otra propiedad fractal de los sismos se encuentra en la distribución temporal de frecuencias de réplicas conocida como ley de Omori:

$$n(t) = \frac{C}{t^{\alpha}} \quad (3.19)$$

donde c es una constante y $\alpha \approx 1$. (Rudolf, 1995)

3.6 Ley de Omori

Las réplicas son una consecuencia universal y abundante de los sismos de magnitud grande a intermedia, su razón de ocurrencia decrece de acuerdo a la ley empírica de Omori (Knopoff et al, 1992):

$$\frac{dn}{dt} = A(M) \cdot (t - t_r)^{-\alpha(M)} \quad (3.20)$$

donde α varía entre 0.9 y 1.8 (originalmente Omori había obtenido $\alpha=1$), t_r es el tiempo de ocurrencia del sismo que provoca la serie de réplicas y el factor $A(M)$ decrece monótonamente con la magnitud M . En general, las réplicas de mayor magnitud ocurren al principio de la serie. La razón de la energía liberada varía aproximadamente como:

$$\frac{dE}{dt} \approx (t - t_r)^{-\beta} \quad (3.21)$$

donde β es aproximadamente 2 (Knopoff et al, 1992).

3.7 Distribución de Weibull

La distribución de Weibull fue establecida por el físico Waloddi Weibull (1887-1979), quien demostró, con base en una evidencia empírica, que las fallas o ruptura ante esfuerzos al que se someten diversos materiales pueden modelarse de manera adecuada mediante el empleo de esta distribución. Esta distribución se ha empleado como modelo para describir situaciones del tipo tiempo-falla de componentes mecánicos y eléctricos (Garay y Odell, 1970; Canavos, 1996; Ferrás, 2003).

Definición. Se dice que una variable aleatoria X tienen una distribución de weibull si su función de densidad de probabilidad está dada por:

$$f(x; k, a) = \frac{kx^{k-1}}{a^k} e^{-\left(\frac{x}{a}\right)^k} \quad (3.22)$$

con $x > 0$; $a, k > 0$

También se define la probabilidad de que no se exceda un valor dado (esto es para que ocurra un valor menor o igual a un número dado (x)) como la función de distribución acumulativa, $P(X \leq x) = F(x; a, k)$

$$F(x; a, k) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{a}\right)^k} \quad (3.23)$$

Si $k=1$, la ecuación (3.23) se convierte en una distribución exponencial negativa.

Se define la función de supervivencia como: $S(x) = 1 - F(x)$ (3.24)

Donde $F(x)$ es la función de distribución acumulativa de los tiempos de espera entre eventos. $S(x)$ es la probabilidad de que el periodo de reposo sea mayor a un determinado número x .

La media y la varianza de la distribución Weibull son respectivamente:

$$a\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right) \quad (3.25)$$

$$a^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{k}\right) \right]$$

donde $\Gamma(\cdot)$ es la función gamma definida como: $\Gamma(n) = \int_0^{\infty} u^{n-1} \exp(-u) du, n > 0$

(Canavos, 1996).

En general, la mayoría de distribuciones usadas en análisis de confiabilidad tienen, a lo sumo tres parámetros:

- Parámetro de escala a:

Este es el parámetro que caracteriza a las distribuciones uniparamétricas. El parámetro de escala define a la dispersión de la distribución.

- Parámetro de forma k:

Este parámetro define la forma de la distribución. Algunas distribuciones (como la exponencial o la normal) carecen de este parámetro pues tienen una forma predeterminada que nunca varía.

- Parámetro de localización μ :

Se usa para desplazar una distribución hacia un lado u otro. Esto significa que, dada una distribución cuyo dominio habitual sea $[0, +\infty)$, la inclusión de un parámetro μ de localización cambiará el dominio a $[\mu, +\infty)$.

Para incluir este parámetro hay que reemplazar x por $x - \mu$.

Para obtener los parámetros de la distribución de Weibull existen distintos métodos, por ejemplo, usando los estimadores de máxima verosimilitud (Ho, Chih-Hsiang; 1991, 1995, 1996). También hay una técnica gráfica que proporciona los parámetros y

verifica el modelo de Weibull. Esta técnica consiste en que la función $\frac{1}{1-F(x)}$ de la distribución de Weibull, puede transformarse en una función lineal de $\ln(x)$ por medio de un doble logaritmo.

$$\begin{aligned}
 F(x) &= 1 - e^{-\left(\frac{x}{a}\right)^k} \\
 1 - F(x) &= e^{-\left(\frac{x}{a}\right)^k} \\
 \ln(1 - F(x)) &= -\left(\frac{x}{a}\right)^k & (3.26) \\
 \ln(-\ln(1 - F(x))) &= k \ln x - k \ln a \\
 \ln\left[\ln\left(\frac{1}{1 - F(x)}\right)\right] &= k \ln x + k \ln\left(\frac{1}{a}\right)
 \end{aligned}$$

El procedimiento experimental más común consiste en observar los tiempos de falla o ruptura de un componente o material. Si la unidad i -ésima falla en el tiempo t_i , estimamos $F(t_i)$ como:

$$F(t_i) = \sum_{i=1}^N \frac{n_i}{N} \quad (3.27)$$

Donde n_i es la frecuencia del periodo de tiempo de espera t_i y N es el total de periodos de tiempo entre las fallas en la serie.

Para construir una gráfica de weibull, graficamos el doble logaritmo de $\frac{1}{1-F(x)}$ contra

$\ln(t_i)$. Si los puntos se aproximan razonablemente a una línea recta, puede suponerse que la distribución subyacente de tiempos de falla es del tipo Weibull, con pendiente k e intercepción $k \ln(1/a)$. De esta forma se obtienen los parámetros de forma y escala para la distribución de Weibull (Bebbington y Laid, 1996; Mendoza, 2007).

3.8 Procesos puntuales de Poisson

El proceso de Poisson $\{N(t) : t \geq 0\}$ es un tipo de proceso estocástico de conteo que se utiliza para modelar situaciones de conteo de ocurrencias de un tipo de evento particular en un intervalo de tiempo dado. Un proceso de Poisson tiene el conjunto discreto $\{0,1,\dots\}$, como espacio de estados. Por lo tanto, las ocurrencias de los eventos están definidas en el conjunto de los números naturales. Este proceso adquiere su nombre a partir del siguiente resultado:

Para cualquier $t \geq 0$ y $n=0,1,\dots$

$$P(N(t) = n) = e^{-\theta t} \frac{(\theta t)^n}{n!} \quad (3.28)$$

Es decir, la variable $N(t)$ tiene una distribución de Poisson(θt).

$N(t)$ está definido en un intervalo discreto y t generalmente es el tiempo definido en un intervalo continuo. Por ejemplo, $N(t)$ puede representar el número de llamadas telefónicas recibidas en un conmutador, el número de accidentes ocurridos en un cierto lugar, nacimientos de una especie, ocurrencia de fuego, terremotos, erupciones volcánicas, etc (Mendoza, 2007).

Proceso de Poisson homogéneo

Definición: Se dice que el proceso de conteo $\{N(t) : t \geq 0\}$ es un Proceso de Poisson con tasa $\theta[\theta > 0]$, si:

1. $N(0)=0$

2. El proceso tiene incrementos independientes
3. El número de eventos en algún intervalo de longitud t sigue una distribución de Poisson con media θt .

$$\text{Es decir, } \forall s, t \geq 0, P(N(t+s) - N(s) = n) = e^{-\theta} \frac{(\theta t)^n}{n!}, n \in \mathbb{N}$$

La condición 3 de la definición de proceso de Poisson, implica que tienen incrementos estacionarios y que:

$$E[N(t)] = \theta t$$

y

$$\text{Var}[N(t)] = \theta t$$

En promedio se registran θt ocurrencias del evento en $[0, t]$.

Sea $\{X_n, n \geq 1\}$ la secuencia de tiempos entre eventos de un proceso de Poisson (es decir, tiempo entre el $(n+1)$ -ésimo y n -ésimo evento), entonces $\{X_n, n \geq 1\}$ son variables aleatorias independientes idénticamente distribuidas exponencialmente con media $\frac{1}{\theta}$.

Proposición: Propiedad de Renovación del Proceso Poisson.

Sea $\{N(t) : t \geq 0\}$ un proceso Poisson de intensidad $\theta > 0$, t_0 fijo y $Y(t) = N(t) - N(t_0)$ para $t \geq t_0$. Entonces $\{Y(t) : t \geq 0\}$ es un proceso Poisson de intensidad $\theta > 0$.

Observación: La proposición anterior es consecuencia del hecho de que la distribución exponencial es una distribución continua con pérdida de memoria; es decir, si $T \approx \text{exponencial}(\theta)$, $\theta \geq 0$, entonces $P(T > t + s | T > s) = P(T > t)$ (Ross, 1983).

Proceso de Poisson no-homogéneo

En esta sección, la intensidad de Poisson θ no es una constante, sino que es una función de t.

$$\theta(t) = \int_0^t \theta(s) ds \tag{3.29}$$

de esta forma se puede encontrar una representación homogénea equivalente a un proceso no-homogéneo.

Definición: El proceso de Conteo $\{N(t) : t \geq 0\}$ se dice que es un Proceso de Poisson no-estacionario o no-homogéneo con función de intensidad $\theta(s) > 0$, $s \geq 0$ si:

1. $N(0)=0$
2. El proceso tiene incrementos independientes.
3. El número de eventos en algún intervalo de longitud t es Poisson distribuido con media $\theta(t)$.

Es decir, $\forall s, t \geq 0, P(N(t + s) - N(s) = n) = e^{-(\theta(t+s)-\theta(s))} \frac{(\theta(t + s) - \theta(s))^n}{n!}, n \in \mathbb{N}$

(Ross, 1983).

3.9 Teoría de Valores Extremos

La teoría de valores extremos es el área de la estadística dedicada a desarrollar modelos y técnicas para estimar el comportamiento de eventos inusuales o raros. Estos eventos raros son los que están alejados del grueso de la distribución. Sin embargo, no hay una definición formal de eventos extremos; en muchos casos, los eventos extremos se pueden definir como aquellos eventos que exceden en magnitud algún umbral, pero también se pueden definir como el máximo o mínimo de una variable sobre un cierto periodo.

Las bases de la teoría de extremos en el marco de muestras aleatorias fueron establecidas por Fisher y Tippett (1928), y unificadas y extendidas por Gnedenko (1943). La aplicación estadística de modelos probabilísticos fue estudiada y formalizada por Gumbel (1958). Pickands (1975) generalizó las leyes límite clásicas, lo que permitió la mejora de los procedimientos de modelación. A partir de los años 80, se ha analizado el comportamiento de valores extremos en procesos estocásticos con estructura más general.

Esta teoría se aplica desde hace varios años en hidrología y en el campo ambiental, por ejemplo en: niveles del mar, velocidades de viento, concentraciones de contaminantes, etc (Smith, 1989, 2001; Anderson, et al. 1997; Lin X. G., 2003; Beguería, 2005; Jagger y Elsen, 2005). Recientemente, los modelos de valores extremos se han usado también en aplicaciones financieras, evaluación de daños y records deportivos (McNeil, 1999; Reiss, 2001).

Desde un punto de vista estadístico, el problema de la teoría de los valores extremos es un problema de extrapolación. La idea básica que conduce a tal extrapolación, es encontrar un buen modelo paramétrico para la cola de la distribución de los datos, que genere el proceso y luego se pueda ajustar a las observaciones extremas. La extrapolación se obtiene entonces analizando el comportamiento del modelo más allá del rango de los datos observados.

La dificultad fundamental cuando se estiman valores extremos, es la necesidad de hacer inferencias acerca de los niveles de un proceso para el cual hay muy pocos o ningún dato en ausencia de reglas físicas o empíricas para hacer tales cálculos.

En términos generales, hay dos aproximaciones al tema de la Teoría de los Valores Extremos (TVE): un grupo de modelos más viejos, conocidos como modelos de máximos de bloques, y un nuevo grupo de modelos conocidos como “picos sobre un umbral” (POT: “peaks-over threshold”). Este último grupo corresponde a modelos para un alto umbral prefijado (Coles, 2001; Beguería, 2005).

Las distribuciones de valores extremos surgen formalmente como distribuciones límites para el máximo o el mínimo de una secuencia de variables aleatorias.

Supongamos que X_1, X_2, \dots , son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con una función de distribución F , así:

$$F(z) = P(X_j \leq z), \forall j, z$$

Luego, para el máximo $M_n = \max\{X_1, X_2, \dots\}$ la función de distribución, en teoría, viene dada por:

$$P(M_n \leq z) = P(X_1, \dots, X_n \leq z) = P(X_1 \leq z)P(X_2 \leq z) \dots P(X_n \leq z) = (P(X_i \leq z))^n = F(z)^n$$

que corresponde al producto múltiple de las probabilidades independientes $P(X_i \leq z)$.

Sin embargo, esto no es útil en la práctica porque la función de distribución F , por lo general es desconocida (Smith, 1989, 2001; Hernández, 2005).

Un método alternativo es aceptar que F es desconocida y tratar de buscar la distribución aproximada que pueda tener $F(z)^n$, basándose sólo en datos extremos para estimarla, esto es, se busca el comportamiento de $F(z)^n$ cuando $n \rightarrow \infty$.

Sin embargo, esta es la manera clásica de la teoría de valores extremos, es decir, los modelos viejos de esta teoría –modelos de máximo bloque–, pero esta teoría evolucionó rápidamente en los 90 como los máximos por encima de un umbral (Mendoza, 2007).

3.10 Distribución Generalizada de Pareto

En la TVE enfocada a los valores máximos por encima de un valor u , dichos valores son distribuidos como una Distribución Generalizada de Pareto.

El método que caracteriza a los excedentes por arriba de un umbral, se basa en la hipótesis de que la ocurrencia de excesos sobre un umbral estricto en una serie caracterizada por una variable aleatoria independiente idénticamente distribuida, presenta un comportamiento de Poisson; y que los excesos tienen una distribución exponencial o, más generalmente, de Pareto Generalizada (Davison y Smith, 1990; Coles, 2001).

Los métodos de umbrales son más flexibles que los métodos basados en el máximo ocurrido en un periodo determinado, digamos anual, ya que al tomar todos los excedentes por arriba de un umbral, es posible usar mucho más datos.

Definición: La distribución de valores que exceden un umbral “u” preestablecido se define como:

$$F_u(y) = P(X - u \leq y, X > u) = \frac{F(y + u) - F(u)}{1 - F(u)}, \text{ con } 0 \leq y \leq X_F - u$$

en donde $X_F \leq \infty$ es el punto más a la derecha de F.

La distribución de excesos, F_u representa la probabilidad de que se exceda el umbral “u” a lo sumo en una cantidad “y”, condicionando a la información de que ya se ha excedido el umbral (Cebrián, 1999; Lang, et al. 1999; McNeal, 1999).

Definición: La función de distribución $G_{k,a}$ con dos parámetros se conoce como la Distribución Generalizada de Pareto (DGP).

$$G_{k,a}(y) = \begin{cases} 1 - \left(1 - \frac{ky}{a}\right)^{\frac{1}{k}} & \text{con } k \neq 0 \\ 1 - e^{-\frac{y}{a}} & \text{con } k = 0 \end{cases} \quad (3.30)$$

Donde $a > 0$ y k es arbitrario; el rango de y es: $0 < y < a/k$, si $k \leq 0$; $0 < y < \infty$, si $k > 0$.

El caso $k < 0$ es sólo una reparametrización de una o varias formas de la distribución de Pareto, pero la extensión $k \leq 0$ fue propuesta por Pickands (1975).

El caso $k = 0$ es interpretado como el límite $k \rightarrow 0$, es decir, la distribución exponencial.

El papel de esta distribución límite, en el contexto del estudio de los extremos, fue establecido por Pickands (1975), quién demostró que la convergencia a la distribución generalizada de extremos, en el caso de una muestra de máximos, es equivalente asintóticamente a una tasa Poisson de excedentes para umbrales grandes, siendo la Distribución Generalizada de Pareto, la distribución límite para estos excedentes (Mendoza, 2007).

Propiedades para la estabilidad del umbral

Propiedad 1. Si Y es una DGP y $u > 0$ un umbral, entonces la distribución condicional para excesos sobre un umbral, la distribución condicional de $Y-u$ dado $Y > u$ también se distribuye como una Distribución Generalizada de Pareto.

Propiedad 2. Si N tiene una distribución de Poisson y condicionado sobre N , donde N que es el número de excedentes de un umbral; y Y_1, Y_2, \dots, Y_N , son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas como Generalizada de Pareto, entonces el $\max(Y_1, Y_2, \dots, Y_N)$ tiene la Distribución Generalizada de Valor Extremo. Así, un proceso Poisson del número de veces de excedencia, con exceso DGP, implica la distribución clásica de valores extremos.

Ambas propiedades caracterizan a la DGP en el sentido de que no hay otra familia que tenga estas propiedades.

La elección del umbral es básicamente un compromiso, entre elegir un valor lo suficientemente elevado como para poder aplicar los resultados de la teoría de extremos, y lo suficientemente bajo como para tener el material estadístico necesario

para la estimación de los parámetros a y k (Hosking y Wallis, 1987; Davison y Smith, 1990; Lin, 2003), ya que la variabilidad de las estimaciones sería menor cuanto mayor sea el tamaño de la muestra.

Los excesos de una variable con DGP también tienen una DGP, por la propiedad 1, permitiendo localizar el valor de (los) umbral(es) a partir del cual se puede considerar los datos arriba de este (estos) como valores extremos, representando a su vez parámetros de la distribución cuyo valor sea constante.

Davison y Smith (1990) aplican esta idea al valor esperado del exceso sobre un umbral u que, en el caso de una DGP, es una función lineal de umbral.

$$\text{Si } k > -1, u > 0 \text{ y } a - uk > 0, \text{ entonces } E(x - u, x > u) = \frac{a - ku}{1 + k} \quad (3.31)$$

(Davison y Smith, 1990; Díaz, 2003; Beguería, 2005; Lin, 2003)

En los valores superiores al umbral a partir del cual la DGP es adecuada, el exceso medio muestral,

$$x_u = \frac{\sum_{i: x_i > u} (x_i - u)}{N_u} \quad (3.32)$$

debe ser aproximadamente una función lineal de u . Donde N_u es el número de excedentes por arriba de un umbral prefijado u (McNeil y Saladin, 1997; Martínez, 2003; Lin, 2003).

Considérese la gráfica de la media de los excesos contra el umbral u . Si la suposición de que se comporta como una DGP es correcta, entonces la gráfica debe seguir una línea

recta con intercepción $\frac{a}{1+k}$ y pendiente $\frac{k}{1+k}$. Por lo tanto es un método gráfico que estima la linealidad de la gráfica. Este es un método gráfico relativamente sencillo que permite corroborar la relación lineal entre la media de excesos y el umbral u (Davison y Smith, 1990; Coles, 2001; Beguería, 2005; Lin, 2003).

3.11 Caracterización de valores extremos utilizando procesos puntuales

El procedimiento de excesos sobre un umbral se puede incluir dentro de una aproximación más general basada en resultados de procesos puntuales (Cebrián, 1999; Coles, 2001).

Esta aproximación permite incorporar a la inferencia todas las observaciones externas, definiendo como extremos los valores que exceden un umbral estricto. La aproximación puntual a este problema fue originalmente introducido por Pickands (1971).

La idea básica consiste en formar, a partir de una serie X_1, X_2, \dots, X_n variables aleatorias independientes idénticamente distribuidas; con distribución desconocida F , con constantes normalizadas a_n y b_n ; y una serie de umbrales crecientes u_n .

Entonces se define un proceso puntual N_n bidimensional como:

$$N_n = \left\{ \left(\frac{i}{1+n}, \frac{X_i - b_n}{a_n} \right) : i = 1, \dots, n \right\},$$

y se caracteriza el comportamiento de este proceso por regiones $[t_1, t_2] \times (u, \infty)$, donde en el intervalo $[t_1, t_2]$ se representa el tiempo escalado en que ocurre un excedente y en el intervalo (u, ∞) se encuentran los valores

de las observaciones excedentes; de esta forma, se obtiene una representación del comportamiento de X_i en las colas (Smith, 1989, 2001).

La tasa esperada de excedentes para el proceso de Poisson no-homogéneo de Pareto es:

$$\theta(A) = \theta[1 - G_{k,a}(x - u)] = \frac{N_u}{t} \left[1 - \frac{k(x - u)}{a} \right]^{\frac{1}{k}} \quad (3.33)$$

Donde N_u es el número de excesos mayores a un umbral “u” predeterminado observados durante un periodo $[0, t]$ (Bradson y Palutikov, 2000; Lin, 2003).

3.12 Consideraciones

La aplicación adecuada de las metodologías expuestas de manera individual son suficientes para obtener los objetivos numéricos del análisis de peligro de los eventos sísmicos referentes a la costa de Guerrero, como se tratará en los capítulos siguientes.

4.2 México como zona sismogénica

México es uno de los países más sísmicos del mundo (Figura 4.2). Su geología refleja, como veremos más adelante, que gran parte de su territorio esté sometido a enormes esfuerzos que causan, entre otros efectos, grandes terremotos.

La placa del Caribe se mueve hacia el este respecto a la de Norteamérica, a lo largo del sistema de fallas Polochit-Motagua. El movimiento entre estas dos placas es transcurrente, al igual que el movimiento entre la del Pacífico y la de Norteamérica en el Norte de Baja California. La placa del Pacífico se mueve hacia el noroeste respecto a Norteamérica. Este movimiento también genera zonas de extensión entre las placas del Pacífico y Norteamérica bajo el Mar de Cortés. Entre las placas del Pacífico y Rivera y entre las de Pacífico y Cocos también se dan movimientos de extensión y transversos. Las placas de Rivera y Cocos chocan con la placa Norteamericana a lo largo de la *Fosa Mesoamericana* (F.M.A.). Aquí se produce una compresión.

Al graficar todos los sismos superficiales (aquellos localizados a profundidades menores de 40 kilómetros) ocurridos en los últimos 30 años en México, la gran mayoría se alinea con las fronteras entre las placas tectónicas. El roce de las placas a lo largo de sus fronteras es lo que produce la gran mayoría de los sismos en México y en el Mundo.

Los sismos que ocurren a profundidades mayores de 40 kilómetros se localizan dentro de las placas oceánicas que se subducen bajo el continente. Al bajar las placas hacia el interior de la Tierra, se someten a fuerzas gravitacionales que producen

resquebrajamiento de la corteza. Estas resquebrajaduras se manifiestan como sismos (Kostoglodov et al, 1999).

Entre mayor sea el área que se rompe por la acción de las fuerzas tectónicas, mayor es el tamaño del temblor. Como la mayor área de contacto entre placas se encuentra en las zonas de subducción, es aquí donde ocurren los sismos más grandes, no sólo en México, sino también en el Mundo. En México la zona de subducción comprende toda la costa del Pacífico, entre Puerto Vallarta en el estado de Jalisco, hasta Tapachula en el estado de Chiapas. A lo largo de esta extensión se han producido los sismos más grandes que se han registrado durante este siglo en México (Kostoglodov et al, 1999).

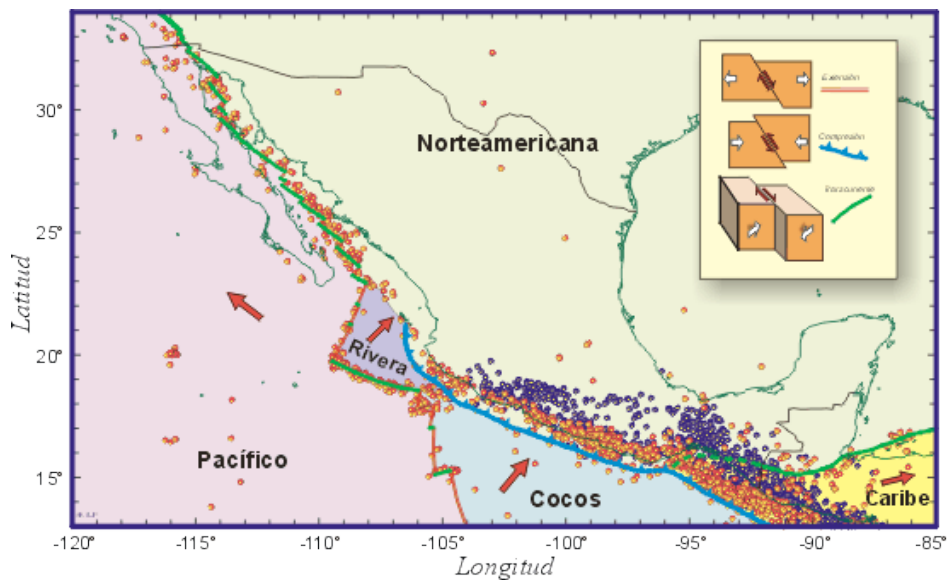


Figura 4.2. Sismicidad de México y América Central (1962-1969)(Kostoglodov et al, 1999).

Mecanismos Tectónicos

La corteza terrestre, la parte más superficial y rígida de la Tierra, está compuesta por un rompecabezas. A cada pieza de este rompecabezas se le denomina Placa Tectónica. Estas placas, que cubren grandes áreas de la superficie terrestre se mueven en diferentes direcciones produciéndose choques entre ellas. Algunas se deslizan rozando una contra otra (movimiento transcurrente). Otras, al chocar frontalmente, generan lo que se denomina una zona de Subducción. Las zonas de subducción se identifican por ser las regiones más profundas del suelo oceánico (las Fosas Oceánicas). En estas regiones una placa cabalga sobre la otra (movimiento de compresión); la placa más densa (generalmente las placas bajo los océanos) penetra bajo las placas menos densas (generalmente las placas sobre las que viajan los continentes). En las regiones donde se presenta el movimiento de extensión se produce un distanciamiento entre las placas. Estas regiones donde divergen las placas se les conoce como Dorsales oceánicas. Las dorsales oceánicas son zonas elevadas sobre el piso oceánico, llegando a elevarse hasta 3 km sobre el nivel medio del suelo oceánico. Las dorsales se caracterizan por su volcanismo activo ya que a través de ellas se forma nuevo suelo oceánico con material que proviene del interior de la Tierra (Kostoglodov et al, 1999).

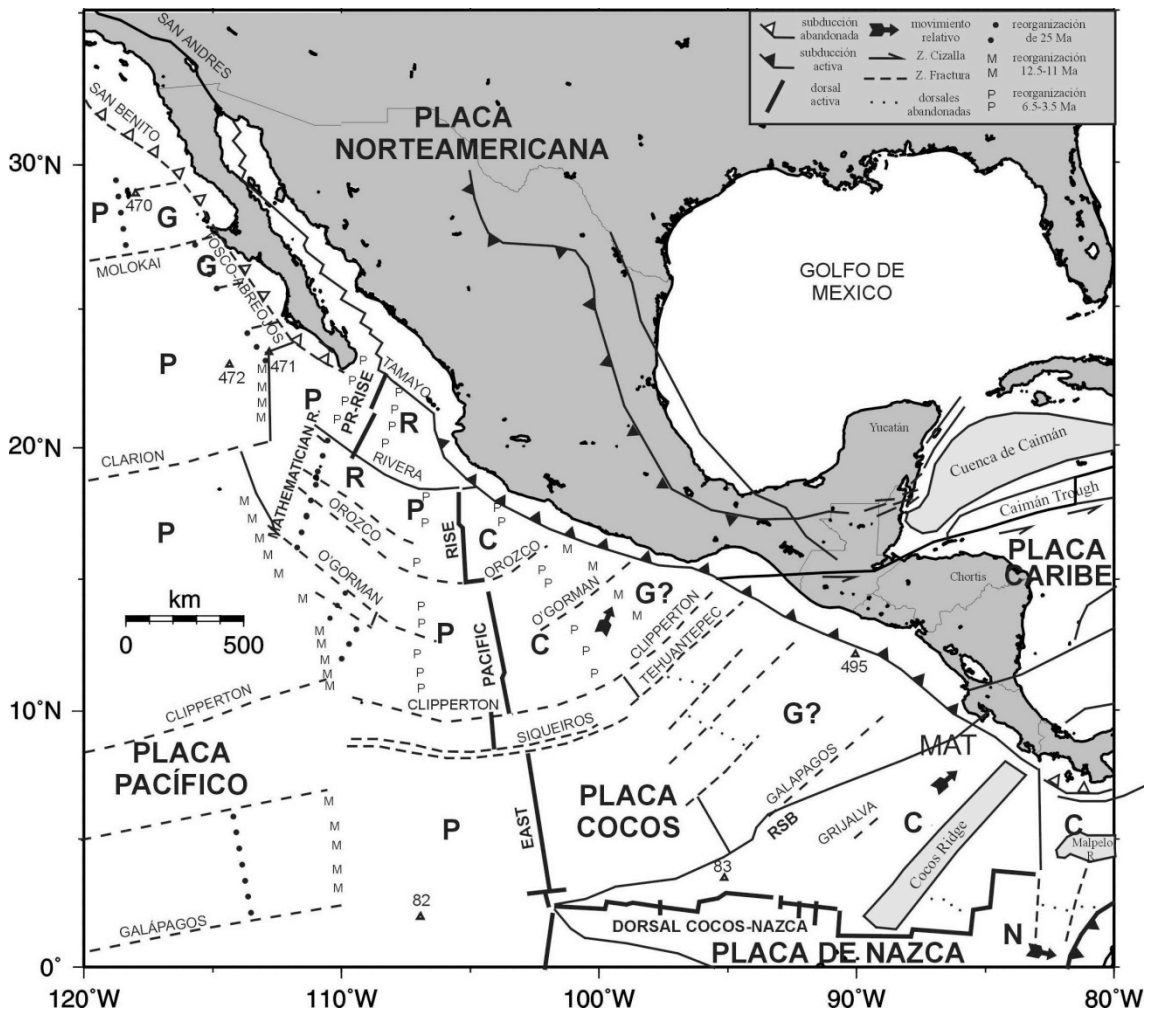


Figura 4.3 Localización de las Placas Tectónicas en México (De la Peña, 2002)

Sismos de Subducción

La longitud de la ruptura de los grandes sismos de subducción que han ocurrido durante este siglo en México varía de unos 50 kilómetros hasta 200 kilómetros de largo. Estos temblores Interplaca ocurren por el roce entre la placa Norteamericana y las placas oceánicas de Cocos y Rivera, a lo largo de su zona de contacto. Estos sismos de subducción son sismos someros, se concentran entre los 5 y los 35 kilómetros de profundidad. Como estos sismos ocurren entre la costa y la Fosa Mesoamericana (FMA), los más grandes y superficiales llegan a deformar el suelo oceánico durante la ruptura (Kostoglodov et al, 1999).

Sismos Intraplaca Profundos

Sismos igualmente peligrosos, aunque de menor magnitud ocurren a profundidades mayores de 40 kilómetros, dentro de las placas subducidas (sismos Intraplaca). Estos sismos profundos se producen por el resquebrajamiento de las placas oceánicas de Rivera y Cocos en subducción. Estas placas en subducción se reconocen como zonas de Benioff. Una zona de Benioff es la traza que dejan los sismos al graficarse en sección transversal. Las placas oceánicas al penetrar el manto terrestre se deforman, presentando diversas formas en diferentes regiones del país. Bajo Jalisco y Colima, la placa de Rivera cae abruptamente a un ángulo mayor a 45°. En cambio, bajo Michoacán y Guerrero, la placa de Cocos se vuelve subhorizontal por cerca de 300 kilómetros de longitud para luego caer abruptamente a un ángulo mayor. Bajo Oaxaca, la placa de Cocos penetra con un ángulo somero, menor a los 45°, mientras que bajo Chiapas esta misma placa subduce con un alto ángulo, mayor a los 45°. Por supuesto, este modelo de subducción es inferido de escasos datos sísmicos y gravimétricos. Las grandes presiones que se encuentran más allá de los 100 kilómetros de profundidad hacen que los materiales pierdan su contenido de agua y otros líquidos, que al reaccionar químicamente con el manto, hacen que estos se vuelvan más livianos y suban a la superficie terrestre. Esta es la razón de porque los volcanes, por donde sale este material caliente del interior de la Tierra, se encuentran justo sobre aquella parte de la placa en subducción a 100 o más kilómetros de profundidad. Durante este siglo han ocurrido importantes sismos en esta región profunda. Estos terremotos, por estar ubicados bajo la zona más poblada de México (el Eje Volcánico), han producido graves daños (Kostoglodov et al, 1999).

Sismos Corticales

Otros sismos significativos que han ocurrido en México durante este siglo son los sismos corticales. Estos eventos ocurren dentro de la placa Norteamericana, son sismos Intraplaca muy superficiales (no llegan a sobrepasar los 35 kilómetros de profundidad). Sus magnitudes son considerablemente menores a las de los sismos de subducción, incluso menores a la de los sismos profundos; sin embargo, debido a que son superficiales y ocurren principalmente a lo largo del Eje Volcánico Mexicano, donde se concentra la mayoría de la población en el país, pueden provocar graves daños (Kostoglodov et al, 1999).

Sismos Interplaca

Otros sismos importantes son los sismos Interplaca que ocurren entre las placas de Norteamérica y Pacífico, a lo largo de las fallas de Cerro Prieto e Imperial al norte de Baja California. Estos sismos ocurren a profundidades muy someras y llegan a alcanzar magnitudes hasta de 7 grados. Debido a que son sismos superficiales, pueden provocar grandes daños a las poblaciones cercanas (Kostoglodov et al, 1999).

Sismos en los océanos

Otros grandes sismos que ocurren en México, pero son de poca importancia para la evaluación del peligro sísmico en el país, son aquellos que se ubican dentro de las Zonas de Fractura Oceánicas y a lo largo de las Dorsales. Por su ubicación, bajo el fondo del mar, muy alejados de las costas, estos sismos no han producido daños apreciables a las construcciones; sin embargo, algunos han sido sentidos en tierra debido a su gran magnitud (Kostoglodov et al, 1999).

Sismos Lentos

El primer modelo mecánico del origen de los terremotos fue propuesto por E. Reid en 1911, con la teoría del "rebote elástico". De acuerdo con esta teoría, las deformaciones elásticas se van acumulando en una región, hasta superar la resistencia del material, produciendo una fractura con movimiento relativo de bloques, así como la relajación de las deformaciones acumuladas. La energía elástica se almacena de forma lenta, mediante procesos que pueden durar desde decenas hasta cientos de años. En cambio, la liberación de la energía, que se manifiesta en los terremotos dura solo algunas decenas de segundos.

Este modelo implica la existencia del ciclo sísmico, el cual consta de 4 fases: periodo pre-sísmico, co-sísmico, post-sísmico e intersísmico. Cada una de estas etapas va acompañada de deformaciones que pueden ser medidas sobre la superficie terrestre por medio de técnicas geodésicas. En México, desde 1992, se viene realizando un monitoreo de la deformación mediante diversas técnicas como el GPS y la nivelación geodésica (Kostoglodov et al., 2001; Franco 2002).

Los sismos lentos, SQ del inglés silent earthquakes, son absolutamente un nuevo tipo de eventos de rebote elástico, los (SQ) duran de varios días hasta varios años y se cree que pueden desencadenar grandes terremotos de subducción en brechas sísmicas maduras, como la brecha sísmica de Guerrero (Kostoglodov et al, 2001).

En el año de 2001, Lowry et al. reportaron la existencia de un deslizamiento transitorio en la Brecha de Guerrero, que empezó a principios de 1998 y tuvo una duración de aproximadamente 3-4 meses. El momento liberado en este deslizamiento es

equivalente al de un evento sísmico de $M = 6.5$. La única estación permanente que registró este movimiento asísmico fue la estación de Cayaco (CAYA). Además, los datos de nivelación del perfil de Atoyac (Franco 2001, Kostoglodov et al., 2001) y de las estaciones de ocupación temporal (campaña 1996-1998) apoyan estas observaciones (Franco et al., 2001, Franco 2002).

A principios del mes de octubre de 2001, varias estaciones permanentes de la red de Guerrero registraron un nuevo “*evento lento*” o deslizamiento asísmico, que por su magnitud y duración (aproximadamente de 6-7 meses) se considera de gran importancia en la comprensión y replanteamiento de la teoría del ciclo sísmico.

El estudio de los eventos lentos o silenciosos en México permitirá realizar un análisis detallado de la energía de deformación elástica acumulada, para determinar en que región de la zona de contacto entre las placas de Norte América y Cocos se produce la liberación de energía por medio de deslizamientos asísmicos. También ayudará a verificar que relación guarda dicha región con la zona acoplada de las placas, lugar donde se generan los grandes sismos característicos de la zona de Guerrero (tomado de

http://tlacaelel.igeofcu.unam.mx/~ivonne/redes_gps_y_sus_aplicaciones_par.htm).

Gaps

Los GAPS o brechas sísmicas, son las áreas de contacto entre las placas en el cual no se ha producido un temblor de importancia en un lapso relativamente grande, por lo que es de predecirse altas posibilidades de ocurrencia de un gran temblor a partir de la necesidad de liberar energía, previendo, un gran desastre (tomado de <http://www.guerrero.gob.mx/?P=readart&ArtOrder=ReadArt&Article=833>); en base a

esto han sido catalogados 5 gaps en México en 1979, según se muestra en la figura 4.4. De éstos, se han "roto" (esto es, han experimentado sismos correspondientes fracturando las áreas de los gaps), hasta la fecha, tres, en los sismos de Oaxaca (1978, $M = 7.8$), Petatlán (1979, $M = 7.6$) y Michoacán (1985, $M = 8.2$ y $M = 7.5$). El sismo de Playa Azul (1981, $M = 7.3$) ocurrió dentro del gap de Michoacán, pero no alcanzó a romperlo completamente.

Quedan, por lo tanto, dos gaps mayores: el de Jalisco, donde ocurrió en 1932 el que ha sido, probablemente el mayor sismo registrado en México, y que está maduro y puede ser origen de un gran terremoto en un futuro próximo.

Otro gap es el de Tehuantepec, localizado en la zona donde la dorsal de Tehuantepec intersecta la trinchera; este gap no ha producido hasta ahora sismos fuertes, por lo que su potencial es desconocido. Existe la posibilidad de que el corrimiento en esta zona sea asísmico debido a la presencia de esta dorsal de casi 2 km de relieve; la geología superficial presenta también grandes cambios en la estructura de esta zona. Se requieren mayores estudios tectónicos para tener una idea más clara de su potencial sísmico.

Existe, por último, un gap relativamente pequeño en Oaxaca; aparentemente el sismo de 1978 no alcanzó a romperlo completamente. Un sismo que completaría la ruptura (rompiera completamente) de este gap sería probablemente de mecanismo sencillo y de magnitud intermedia (del orden de 7.1 +); puede ocurrir en un futuro cercano.

En la figura 4.4 se notan tres regiones donde no se tiene evidencia convincente de la ocurrencia de grandes sismos durante este siglo. Estas tres regiones se encuentran en

el Graben el Gordo (GEG), frente a las costas de Colima; Costa Grande de Guerrero en Tehuantepec, en el estado de Oaxaca. Estas regiones se denominan brechas sísmicas por su ausencia de grandes sismos. Medidas continuas de deformación permitirán definir en un futuro si estas zonas son Asísmicas (regiones donde la energía se disipa sin producir grandes temblores) o son potencialmente peligrosas.

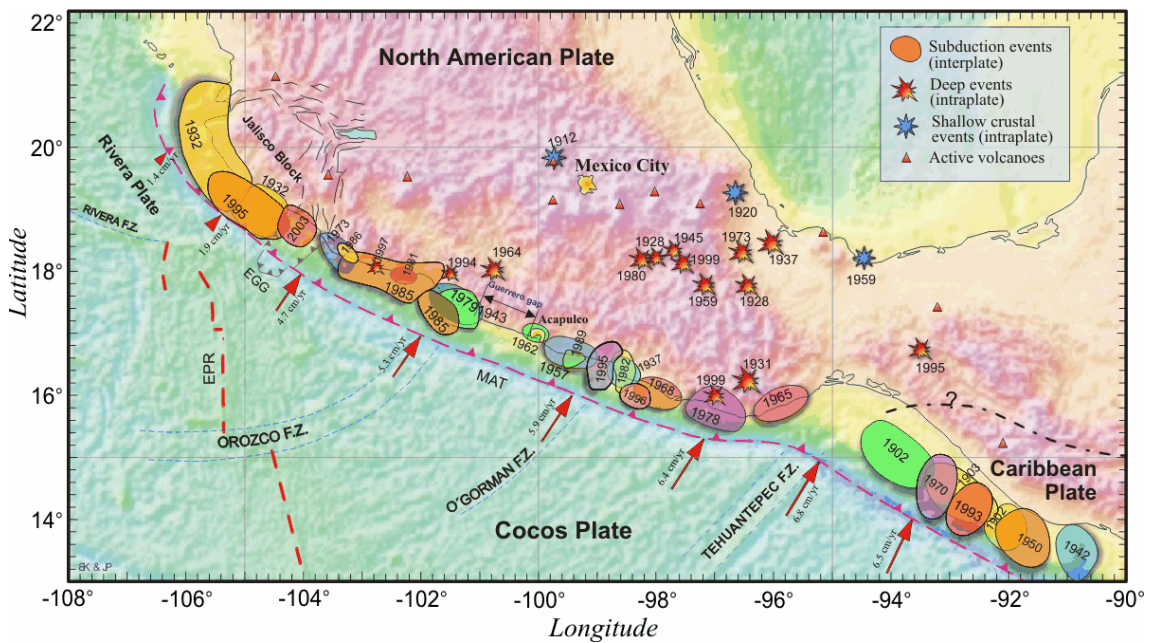


Figura 4.4. Gaps sísmicos (Kostoglodov et al., 1999).

4.3 Zona de estudio

Estado de Guerrero

Los sismos de Subducción, ocurren principalmente en la franja costera del Estado de Guerrero. Este tipo de sismos, son catalogados como los más peligrosos por deformar el suelo oceánico y ser generadores de tsunamis. Sismos profundos, estos sismos son

frecuentes en la zona del río Balsas. Sismos corticales, se registran principalmente en el Eje volcánico del país, sin afectar directamente a Guerrero.

De acuerdo a la descripción anterior, es posible ubicar a Guerrero en un espacio territorial latente a la presencia de sismos, al estar edificado sobre suelo de convergencia de placas, sino también por la presencia de brechas sísmicas.

La brecha de Guerrero

Representa una de las principales preocupaciones de los investigadores, al ser una zona de ruptura, en la que desde hace más de noventa años no se registra un sismo. Considerando la magnitud de los temblores anteriores, estos han oscilado entre los 7.5 y 7.9 grados, por lo que de acuerdo al tiempo transcurrido, se espera un sismo máximo a 8.4 grados, lo habría de representar un sismo superior al ocurrido en 1985.

Tal como ha sido citado por diversos investigadores a nivel mundial, el Estado de Guerrero es un atractivo tema de estudio para la predicción, debido a que cuenta con varias brechas, siendo la de mayor interés La Brecha de Guerrero. (<http://www.guerrero.gob.mx/?P=readart&ArtOrder=ReadArt&Article=833>)

La zona de estudio comprende la región del estado de Guerrero 15,5-17,5 N 98,0-102,0 W. En esta zona de acuerdo con los estudios realizados por Singh (1983) para 75.5 años de datos, existe una brecha sísmica en la zona.

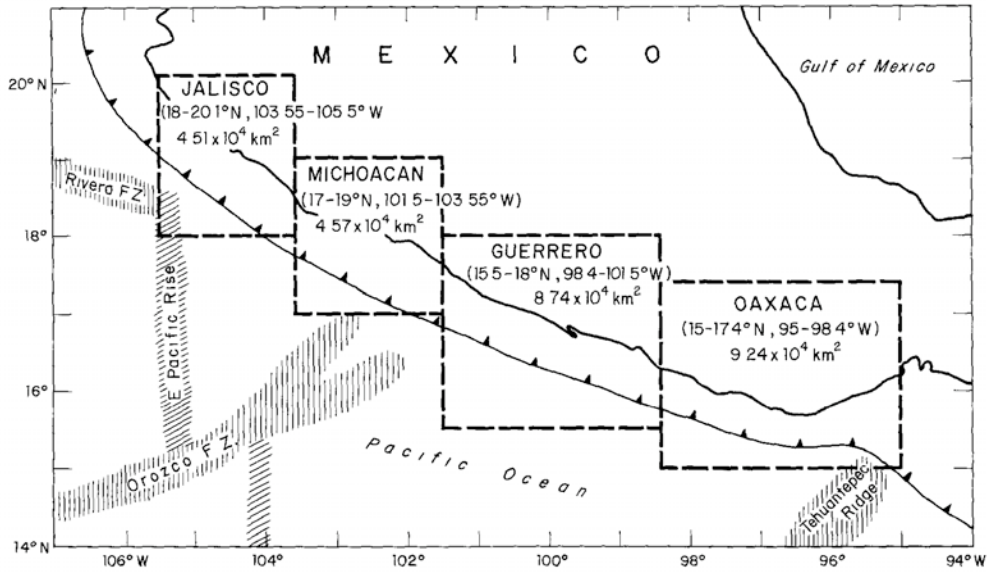


Figura 4.5 Denominación de las zonas de estudio de acuerdo con su actividad sísmica y régimen tectónico: Jalisco, Michoacán, Guerrero y Oaxaca. Tomada de Singh 1983.

Además de todo lo anterior una característica importante de la zona de Guerrero es que es de las únicas zonas a lo largo de la trinchera mesoamericana mexicana donde se están desarrollando proyectos de monitoreos locales.

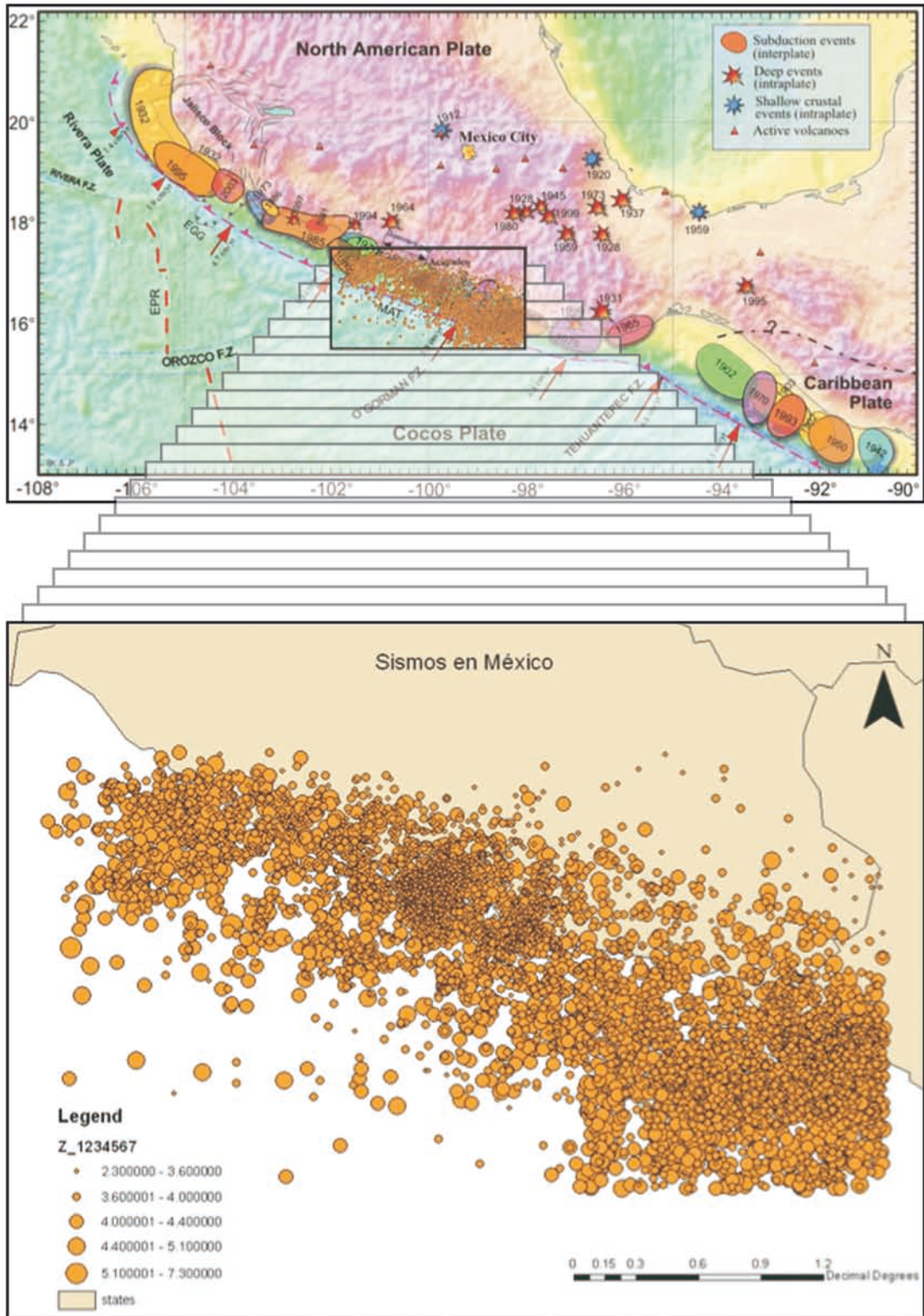


Figura 4.6 Localización de EQ para la zona de estudio

4.4 Análisis de datos

En este estudio se han tomado los datos de epicentros localizados frente a la costa de Guerrero del periodo de 1990 a 2005 proporcionados por el Servicio Sismológico Nacional. Si bien en el trabajo de Singh se detiene en 1983 y los datos aquí analizados comprenden el periodo 1990-2005, se pretende que el estudio estadístico sea válido para un periodo de 100 años.

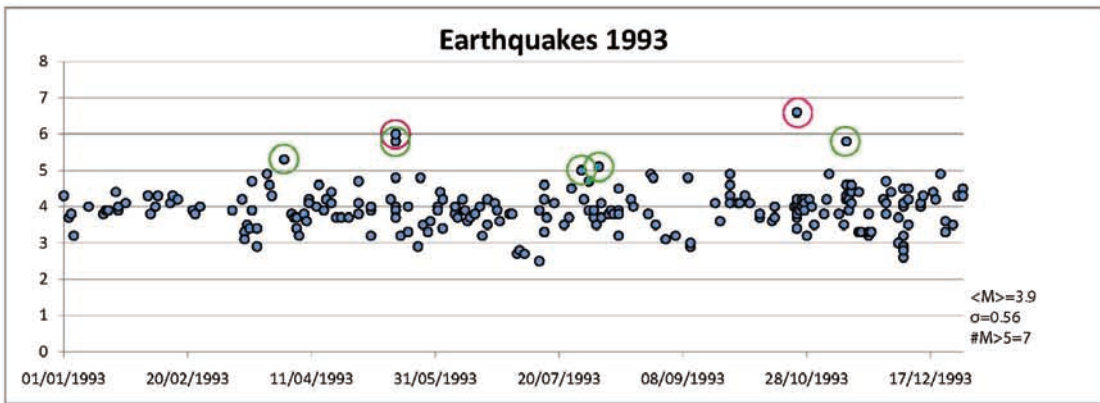
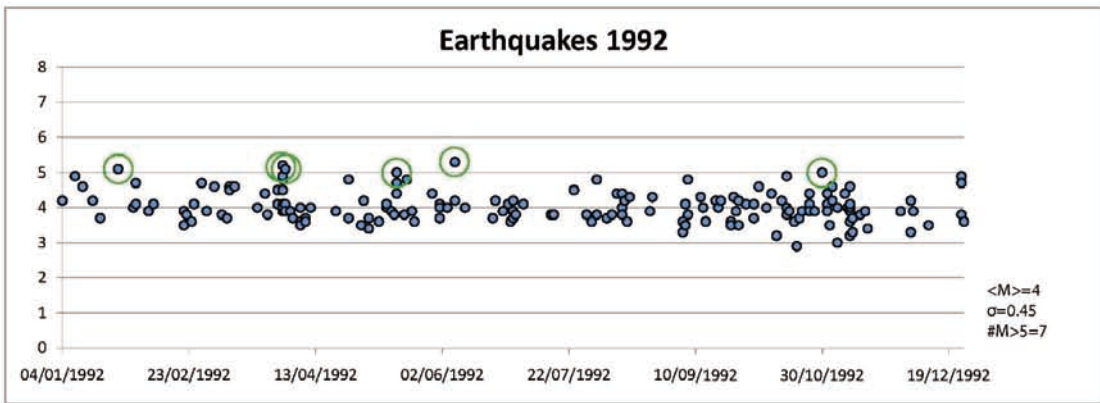
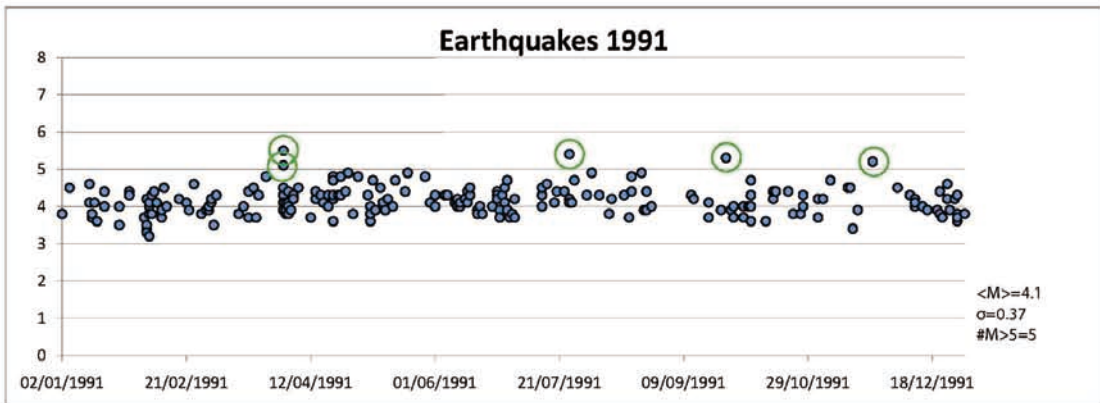
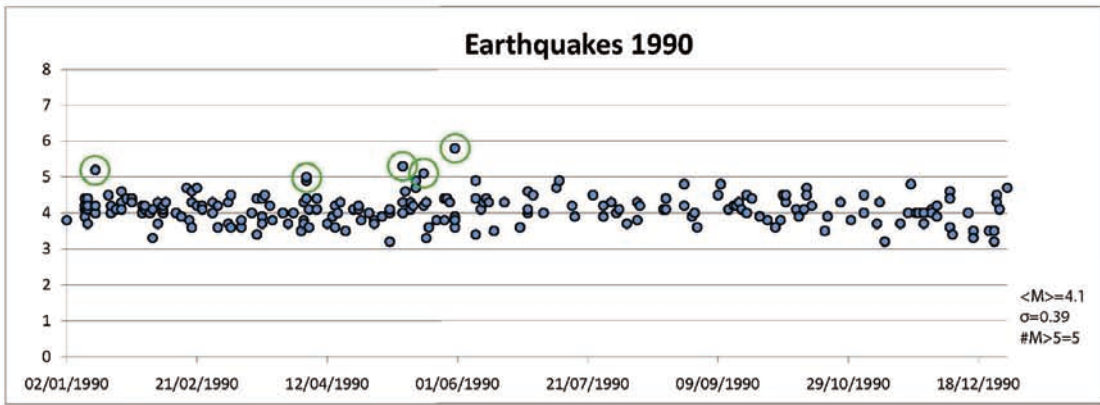
La nueva red de Banda Ancha permite una mejor caracterización de sismos cuya magnitud es inferior a 3.

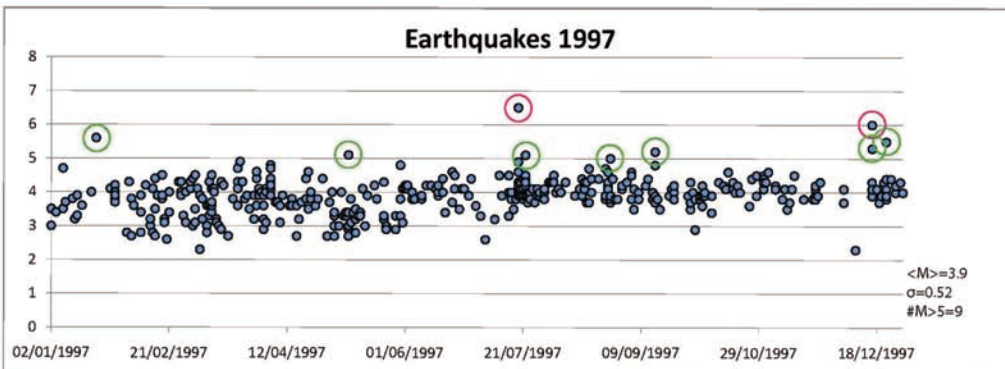
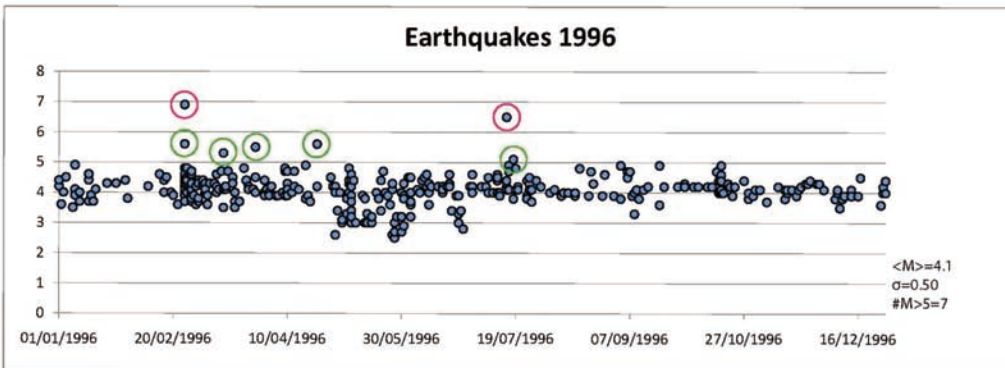
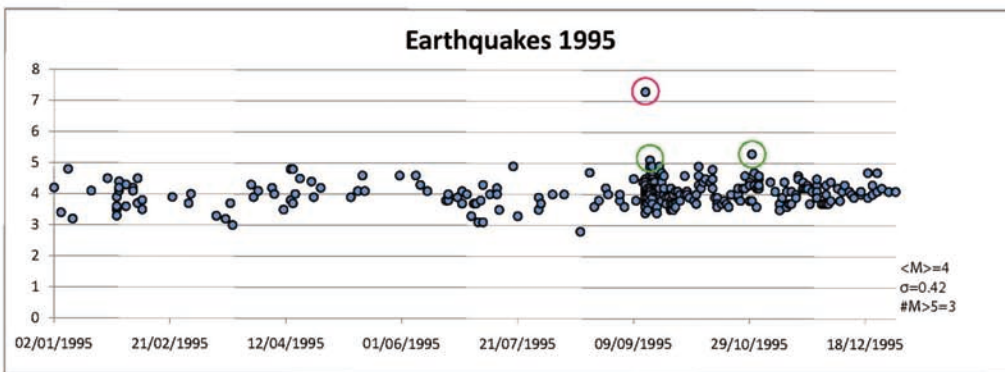
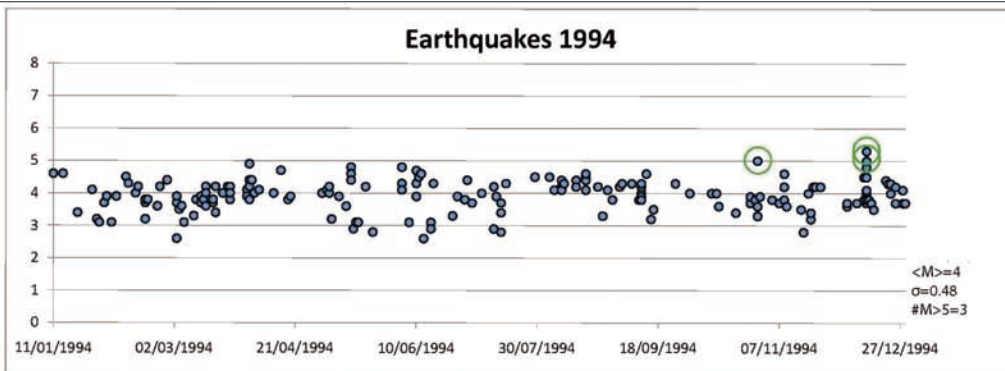
La figura 4.6 representa los 4700 epicentros localizados en la zona de estudio para el periodo de 16 años 1990-2005, tal que el tamaño de cada circunferencia es proporcional a la magnitud del evento. En la figura se observa que la cantidad de sismos pequeños y medianos aumenta en dirección al estado de Oaxaca y se puede distinguir un enjambre cerca del gap de Guerrero, así como también se observa que los EQ son de mayor magnitud alejados de la costa.

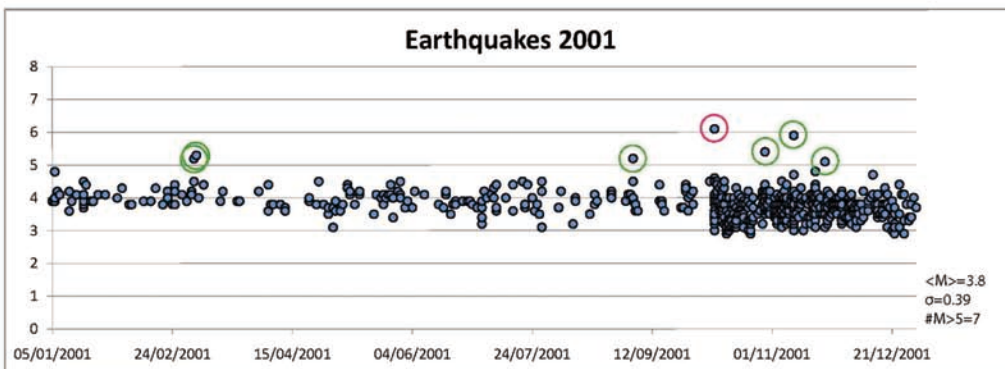
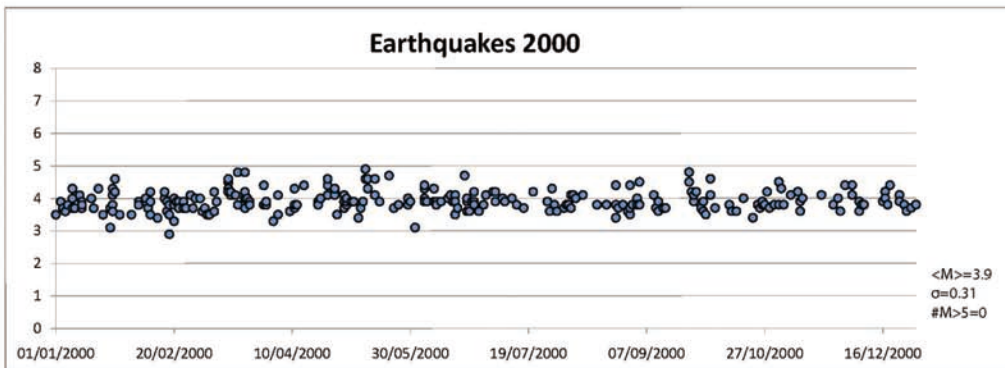
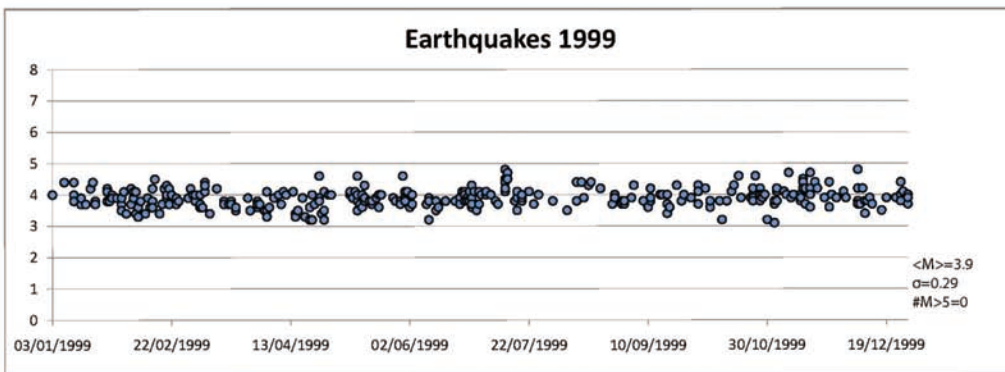
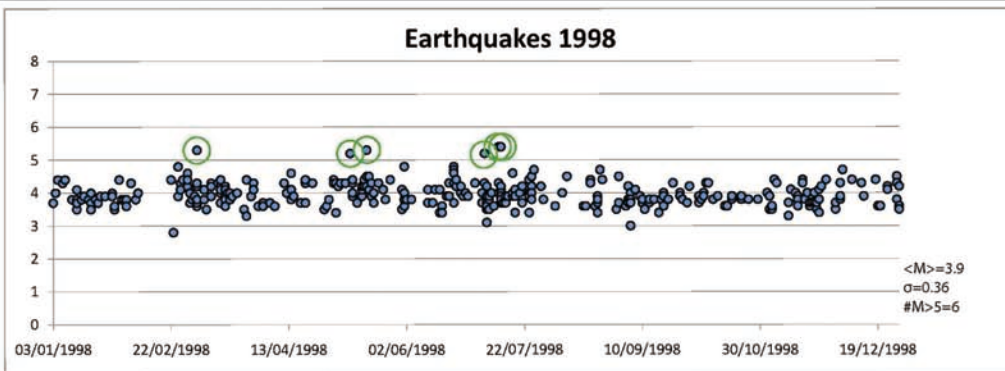
Análisis de Magnitudes de datos sísmicos por años

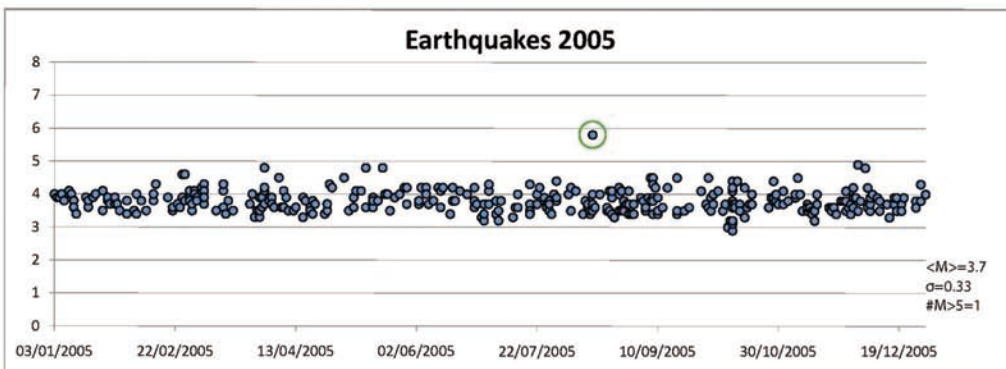
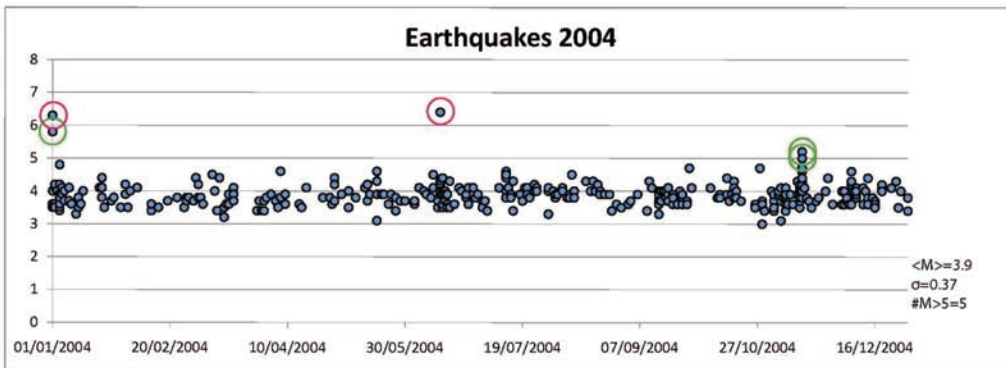
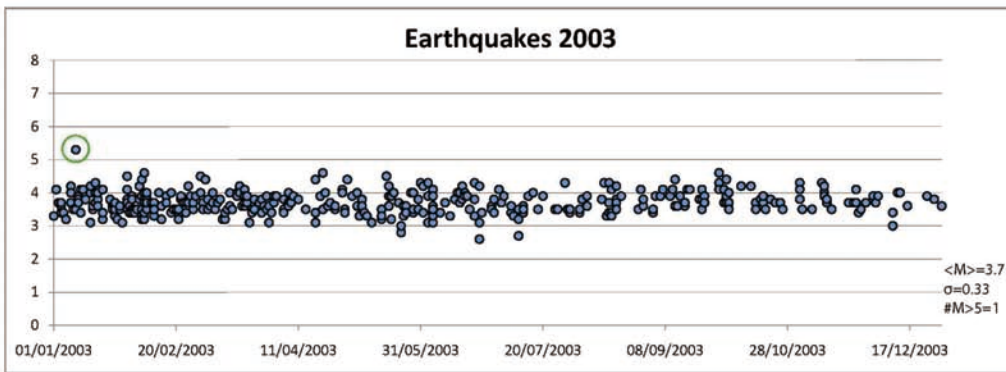
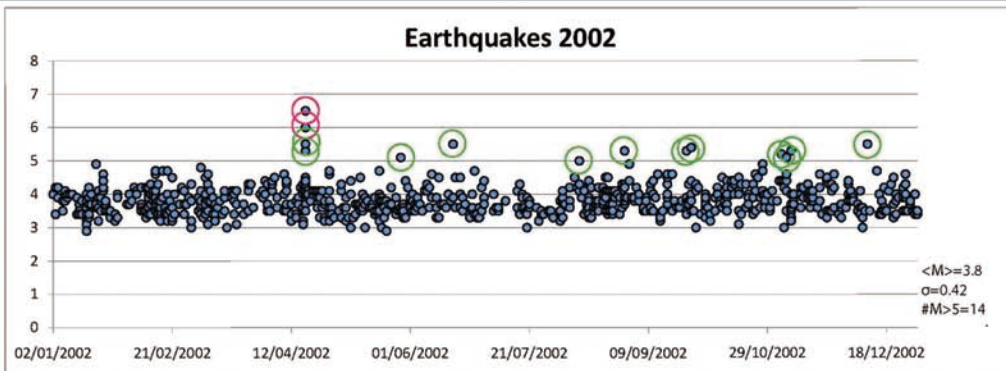
Lo primero que se hizo fue la observación de datos de manera gráfica para ver el comportamiento de los mismos.

Para tener una mejor visión de los datos y dado que se trabajarán por años se han representado a manera de series de tiempo resaltando los eventos extremos.









De las figuras anteriores podemos observar que la media global de magnitud en los sismos se puede considerar como 3.9 ± 0.4 ; el número de EQ con magnitud mayor al umbral 5 está entre 0-7 por año, sin embargo los años 1997 y 2002 presentan 9 y 14 eventos respectivamente, lo cual duplica el número de los eventos de magnitud >5 que se presentan en la zona.

Las figuras correspondientes a los años 1995, 1996, 2001, muestran claramente que los EQ con magnitudes mayores a 6 producen un número de réplicas importantes como lo señala Omori(1894).

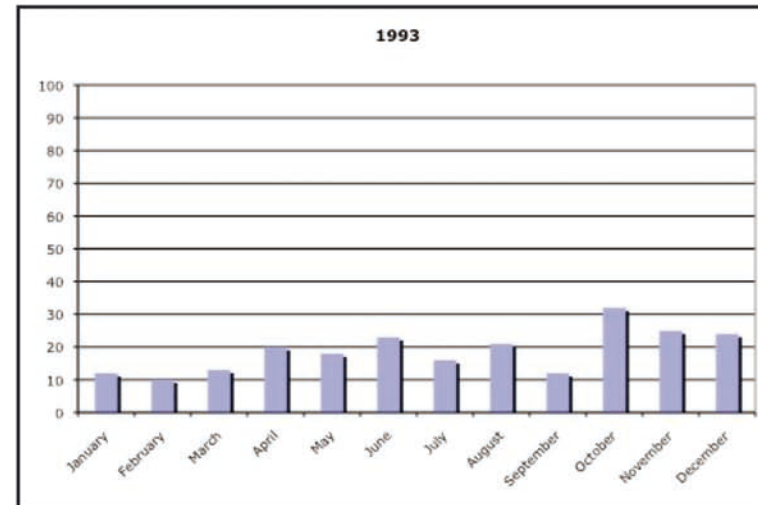
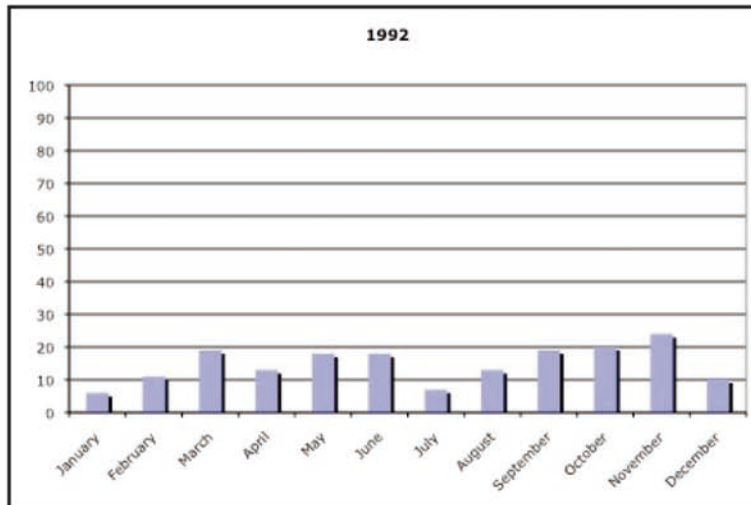
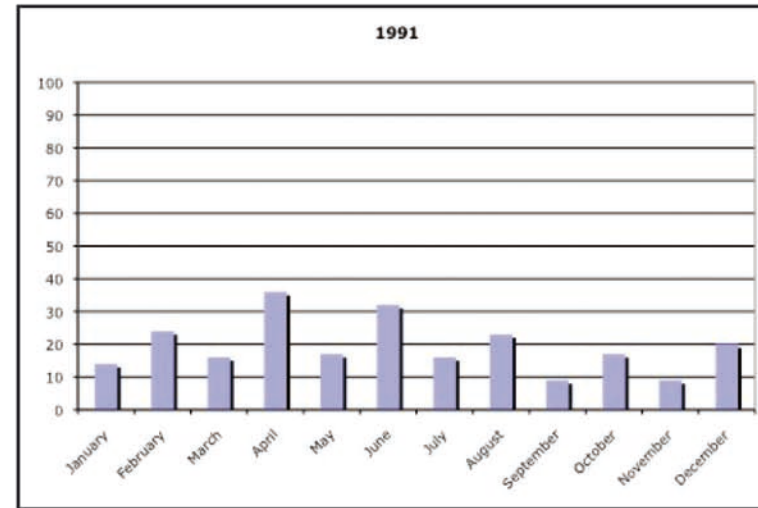
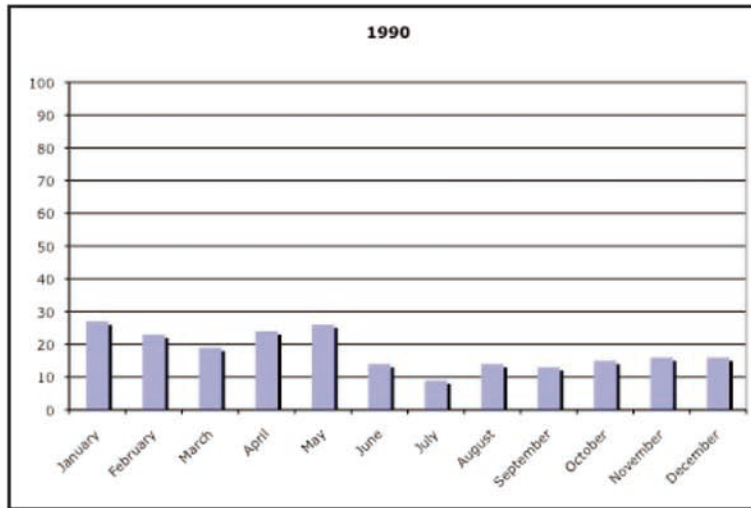
La influencia del tipo de instrumentación utilizada para el registro de sismos es muy evidente a lo largo de los años, ya que a partir de la implementación de sismógrafos de Banda Ancha en 1992 el número de registros de EQ de magnitudes inferiores a 3 se incrementa considerablemente.

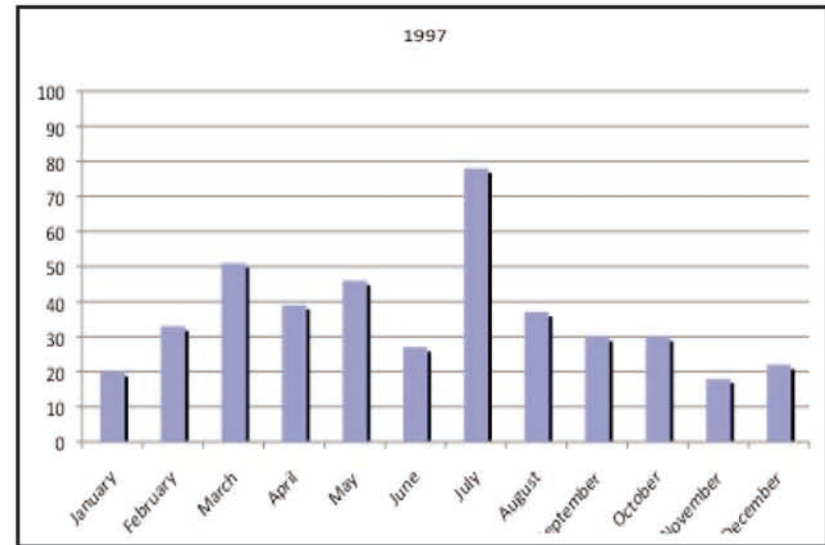
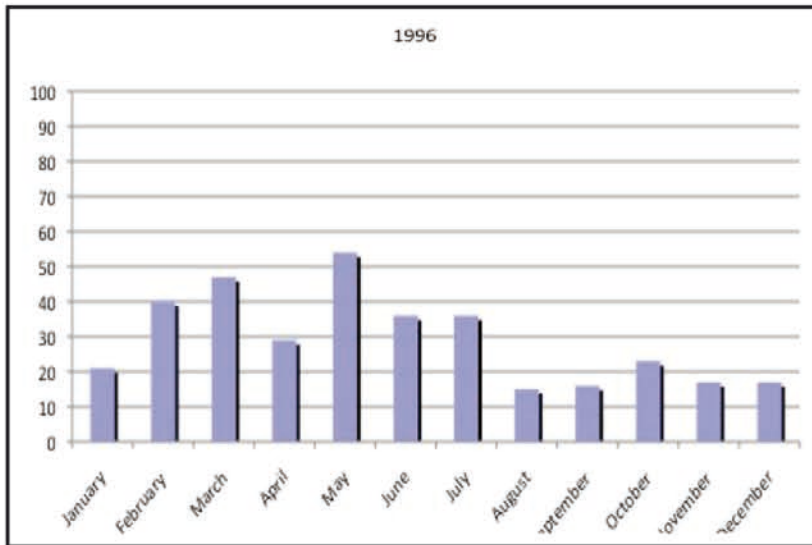
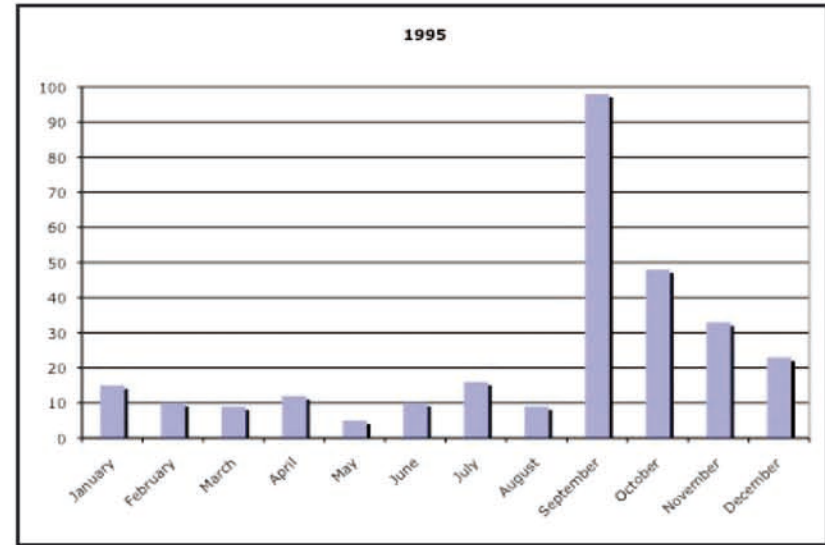
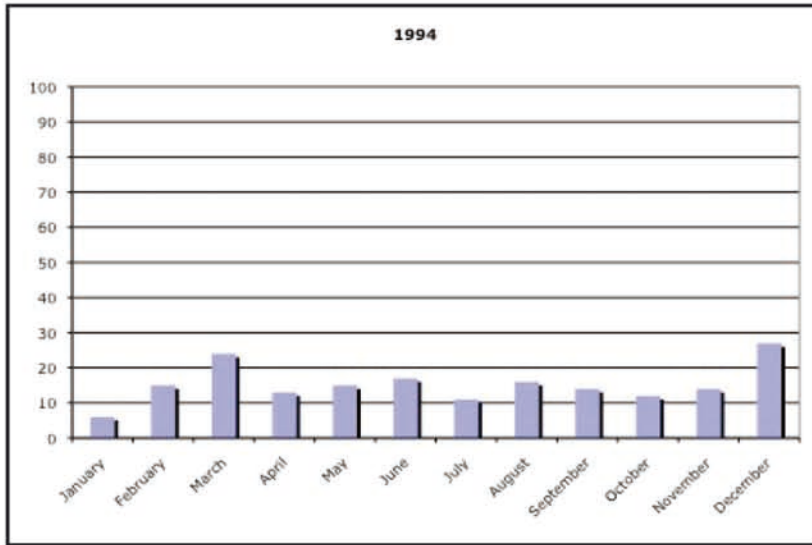
De aquí observamos que no tenemos eventos tal que su magnitud sea menor a dos y mayor a 8, por lo que se decidió tomar como umbrales las magnitudes correspondientes de 3, 4, 5, 6, 7 para este análisis, aunque es bien sabido que mientras mayor magnitud tenga un sismo, libera mayor energía y es más destructivo.

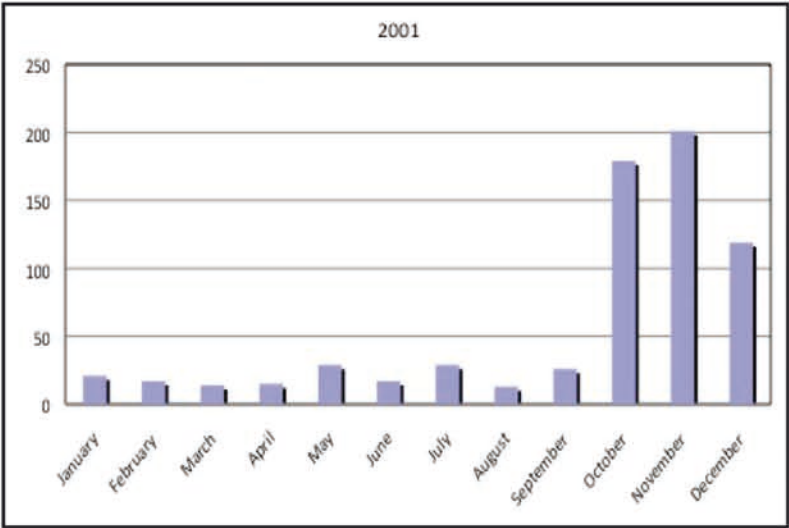
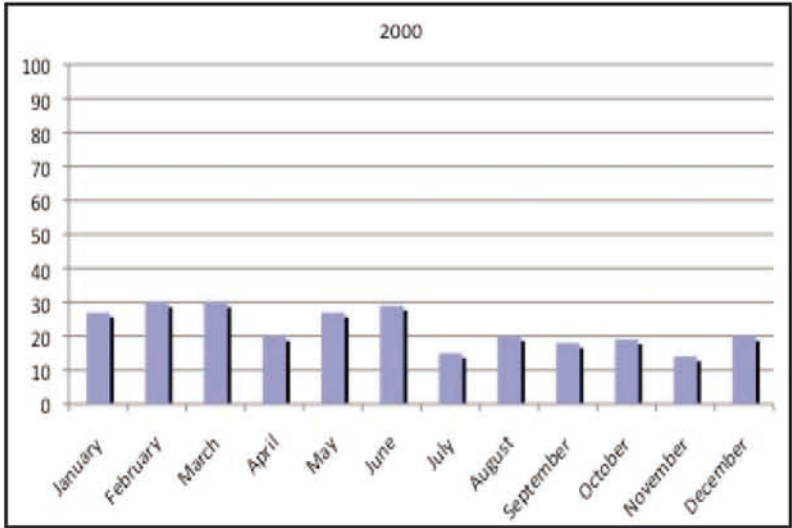
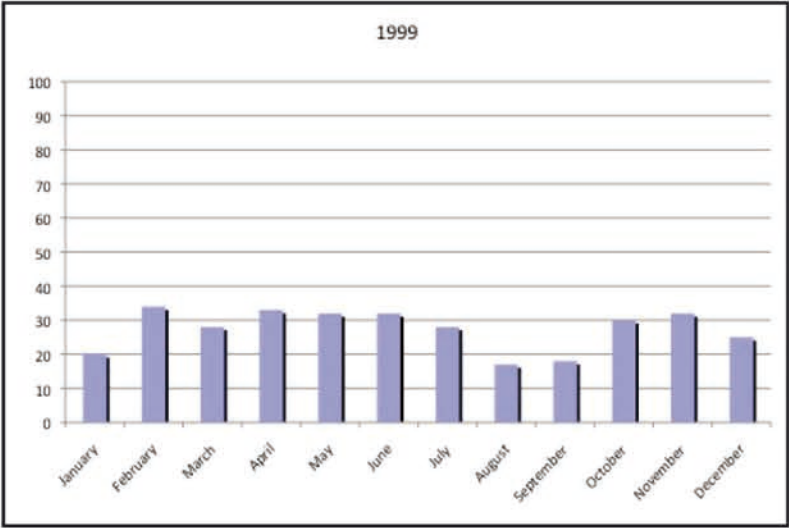
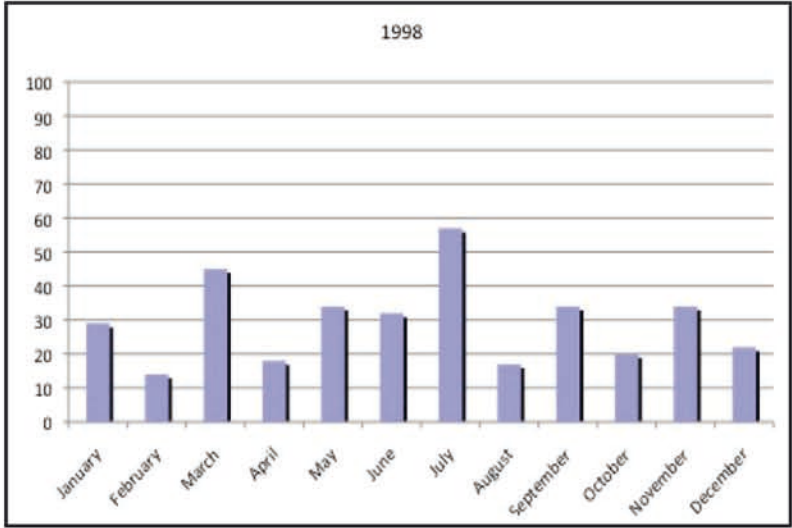
Análisis mensual de EQ's

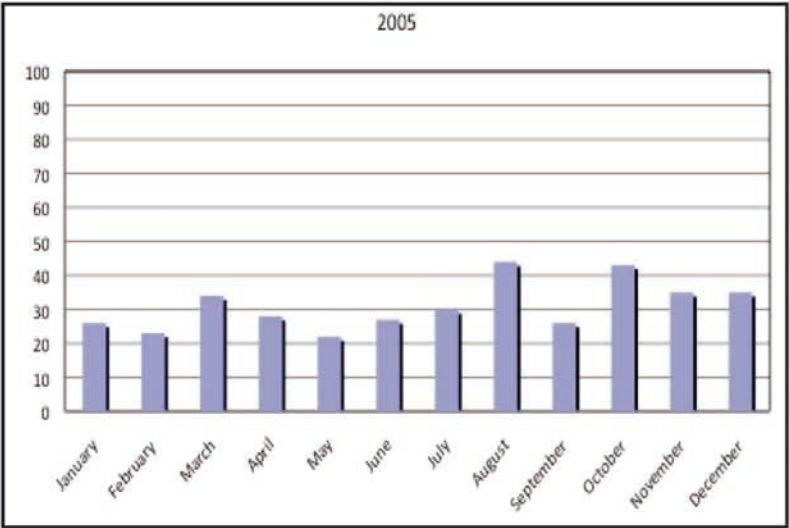
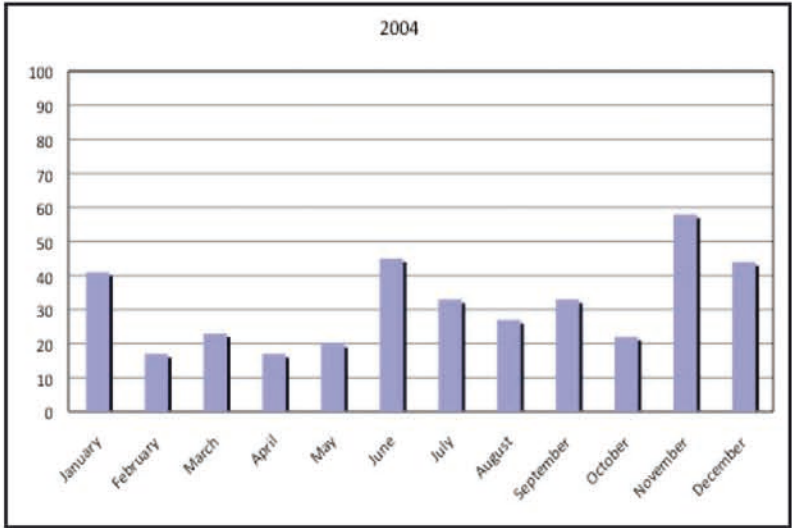
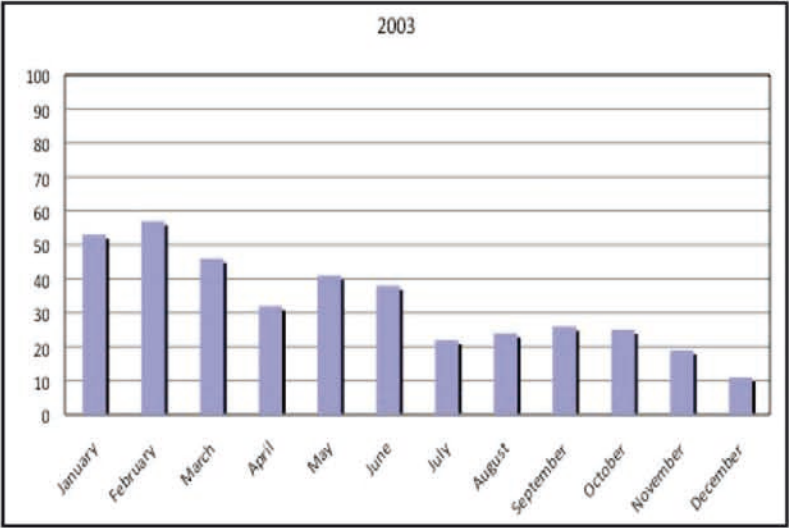
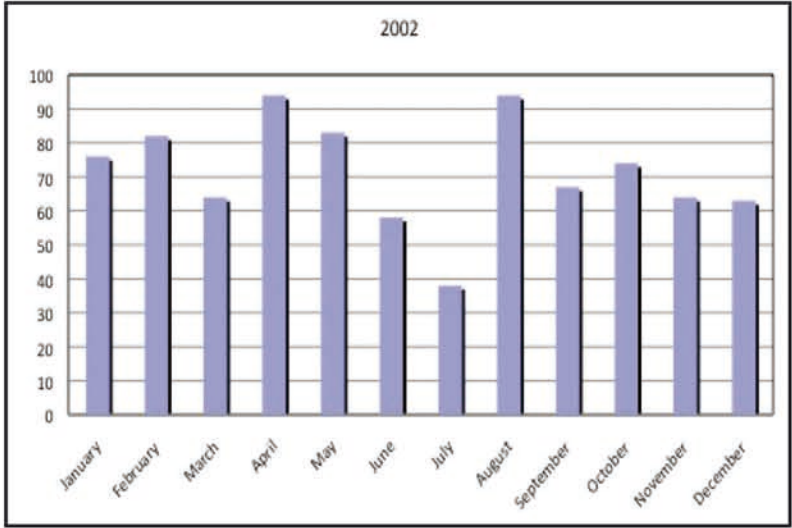
Dado que la finalidad de este estudio es encontrar una caracterización de los datos de los eventos como una distribución estadística, además del análisis de magnitudes, otra representación importante es la del número de eventos ocurridos por mes en cada año sin importar la magnitud.

Gráficas de número de EQ por mes y por año









De las gráficas de series de tiempo por año y de lo observado en las gráficas de número de sismos mensuales por año se han extraído los datos en una tabla ilustrativa del número de eventos extremos y el número máximo de EQ's mensuales por año.

Año	M>5	No. Max EQ mens
1990	5	27
1991	5	36
1992	7	24
1993	7	32
1994	3	27
1995	3	98
1996	7	54
1997	9	78
1998	6	57
1999	0	34
2000	0	30
2001	7	201
2002	14	94
2003	1	57
2004	5	58
2005	1	44

Tabla 1. Eventos extremos y número máximo de EQ's mensuales por año.

Estos datos muestran una clara dependencia entre la existencia de EQ de gran magnitud y el número total de eventos que como se indicó anteriormente en parte es debido al efecto de réplicas descrito por Omori(1894).

Por otro lado, también es importante hacer el análisis del número de EQ's por magnitud por año, para lo cual se han representado los datos en histogramas por año (Apéndice B) y se presenta el histograma para el periodo de tiempo considerado en este estudio, de 16 años.

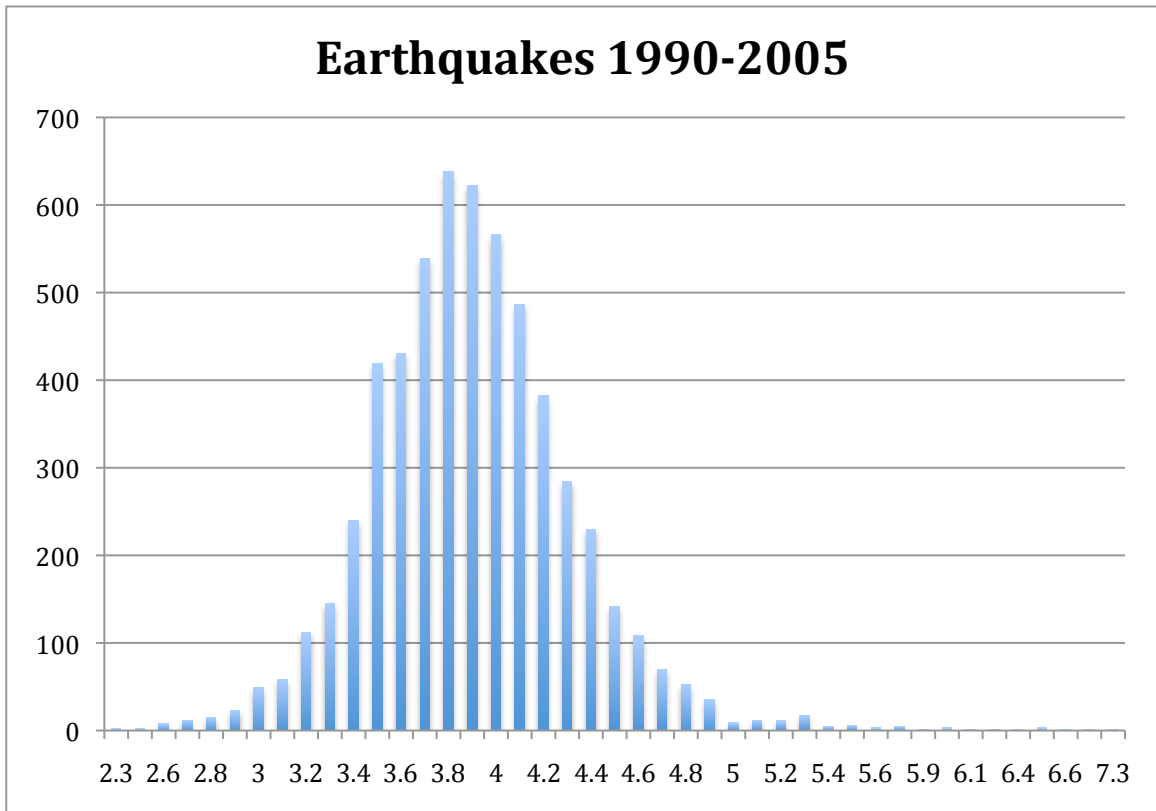


Figura 4.7 Histograma del número de EQ's por magnitud en el periodo de tiempo 1990-2005

De donde se observa que en la mayoría de los casos una sola distribución podría ajustar a todos los datos, por lo que la distribución que se propone es la distribución Generalizada de Pareto (DGP), dado que se cumple que existen numerosos eventos de bajas magnitudes y pocos con altas magnitudes, a lo que llamaremos los eventos extremos y al poseer la DGP caudas más pesadas que la Gaussiana se presume que ajustará mejor a los datos.

4.5 Ajuste de un Proceso de Poisson No-Homogéneo Pareto

La metodología general para este análisis es obtener la tasa variable de ocurrencia de un proceso Poisson no Homogéneo. Para esto se utiliza la teoría moderna de los Valores extremos con la función de distribución generalizada de Pareto con el propósito de obtener la tasa de ocurrencia del proceso.

Por la propiedad de la estabilidad del umbral se sabe que los excesos pueden ser ajustados a una DGP y se procede a hacer un análisis de los excesos, por lo que es necesario obtener los parámetros de forma y escala de la DGP, k y a respectivamente; para obtener dichos parámetros se ha usado un método gráfico, como el mostrado en la figura 4.7, realizando una regresión lineal de la media de los excesos contra la magnitud del umbral fija, donde lo primero es obtener la media de los excesos, para lo cual procedimos de la siguiente manera.

Para obtener la media de excesos (suma de las diferencias positivas de la magnitud del umbral fijo y la magnitud de los sismos que sobrepasan el umbral, entre el número de excesos), y la media de excedentes (suma de la magnitud de los sismos que sobrepasan el umbral fijo entre el número de excedentes) se utiliza la ecuación 3.32.

$$x_u = \frac{\sum_{i, x_i > u} (x_i - u)}{N_u}$$

Primero se obtiene el gráfico de media de excedentes sobre un umbral y se comprueba la viabilidad del ajuste lineal de los datos observados con un R^2 que debe ser cercano a la unidad.

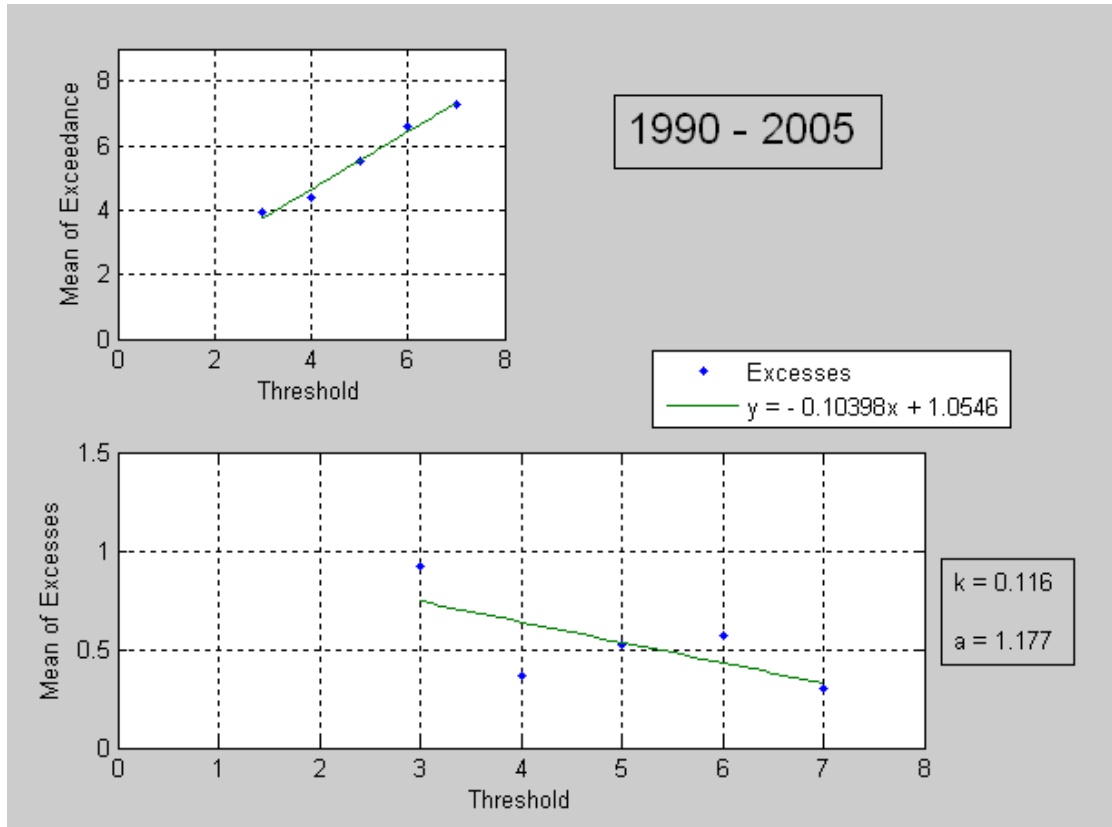


Figura 4.8 Gráfico de media de excedentes para el periodo de tiempo 1990-2005.

Una vez realizada la regresión lineal, la pendiente de la recta obtenida es:

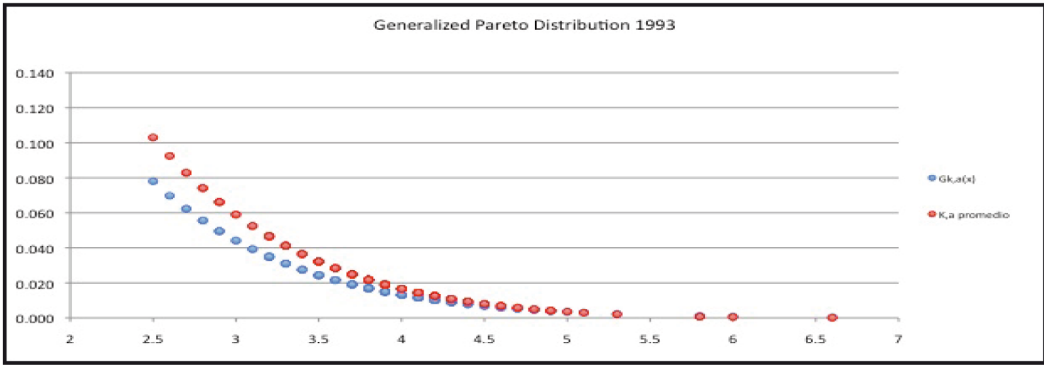
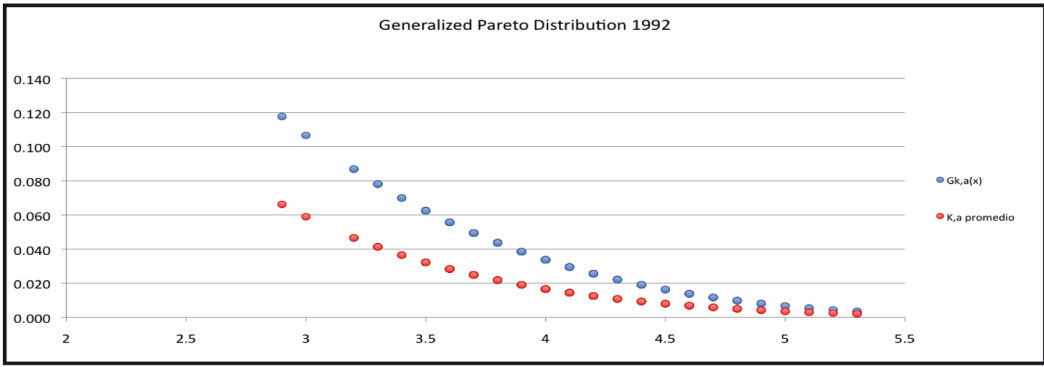
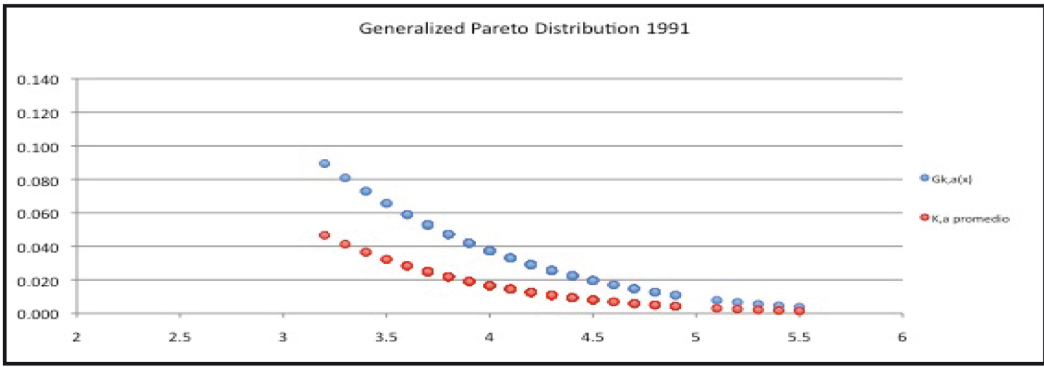
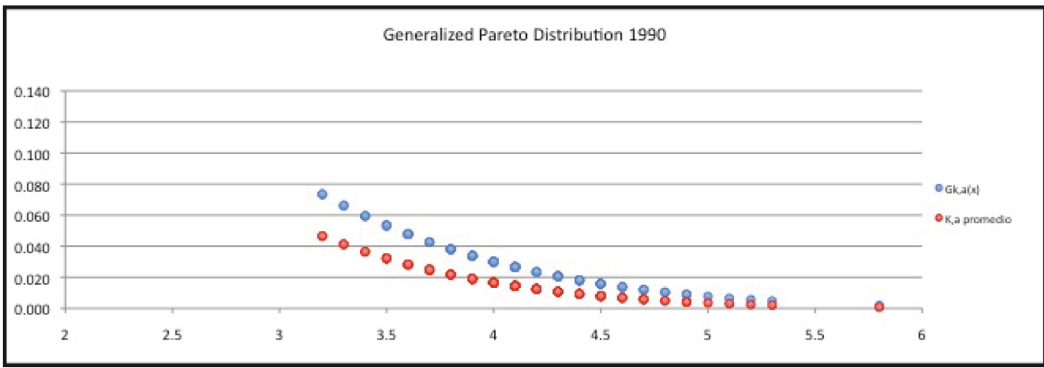
$$m = \frac{-k}{1+k} \text{ y la intercepción es } b = \frac{a}{1+k} \text{ de donde } k = -\frac{m}{m+1} \text{ y } a = b(1+k)$$

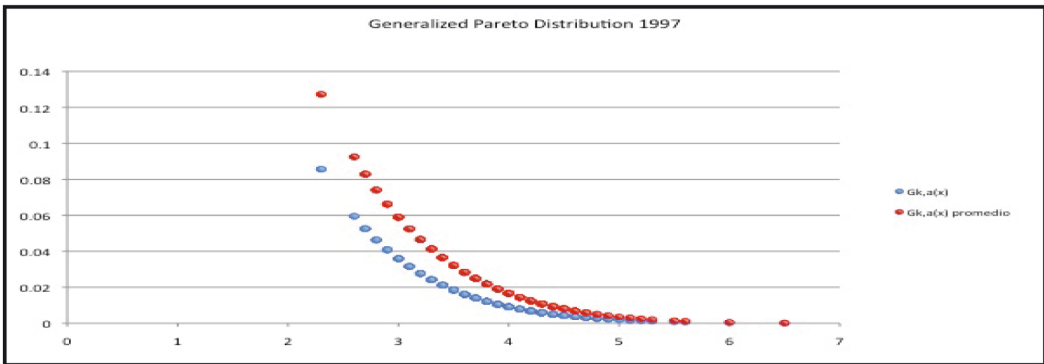
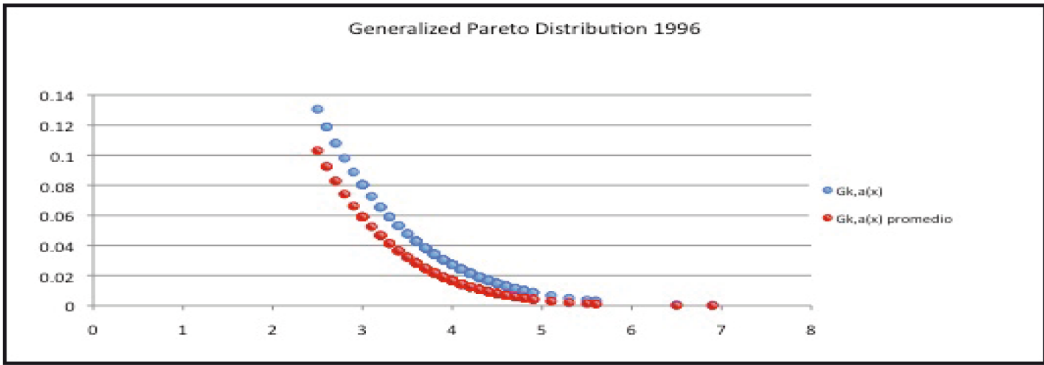
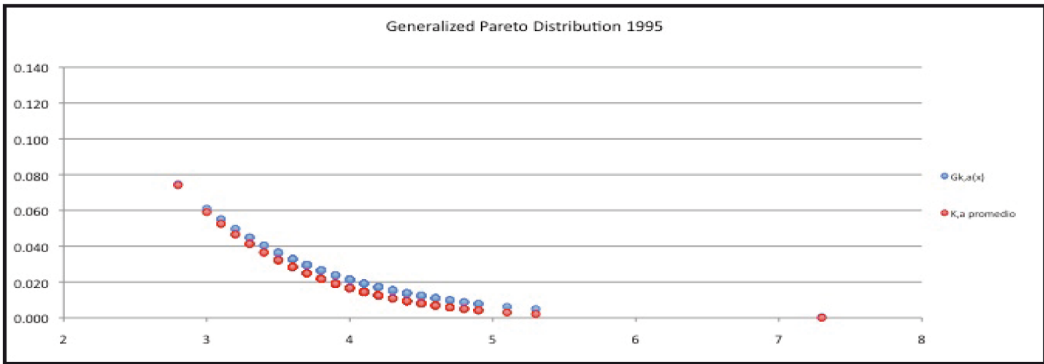
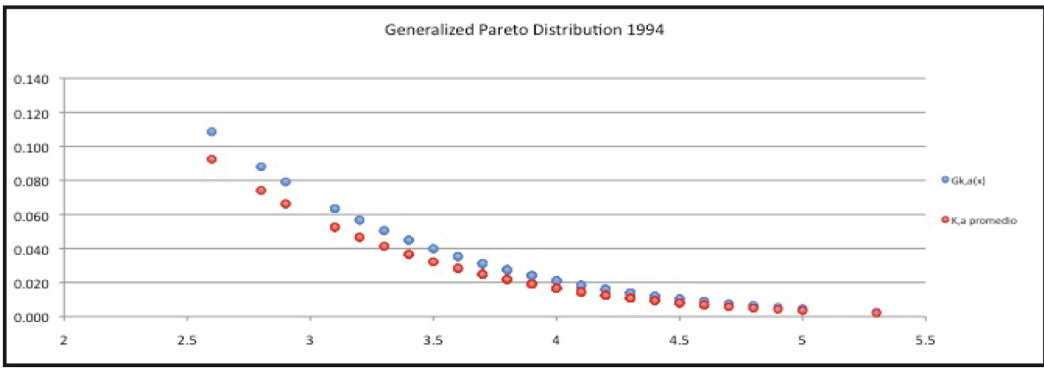
Este procedimiento se realizó para los sismos de cada año utilizando los códigos del Apéndice C, de donde se obtuvieron las gráficas mostradas en le Apéndice D. Los parámetros de la Distribución Generalizada de Pareto, DGP para cada año están dados en la tabla 2, también se calculan los parámetros promedio ya que con estos compararemos que tan bien ajusta a los datos anuales y haremos un ajuste global para todos los años.

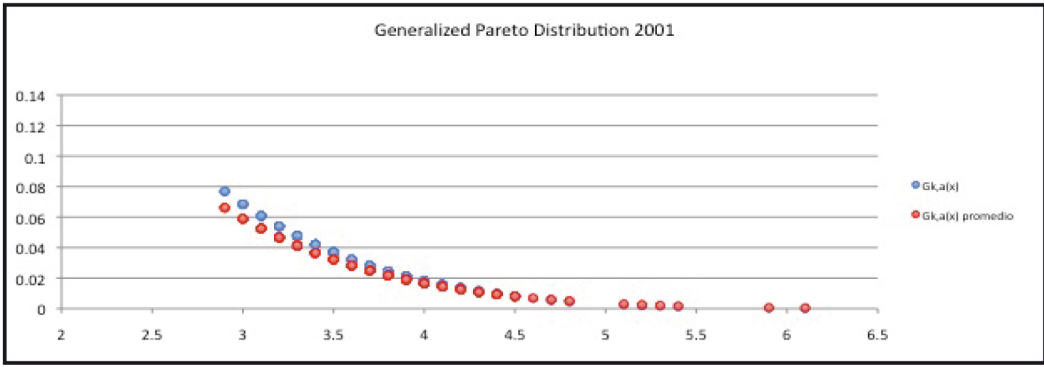
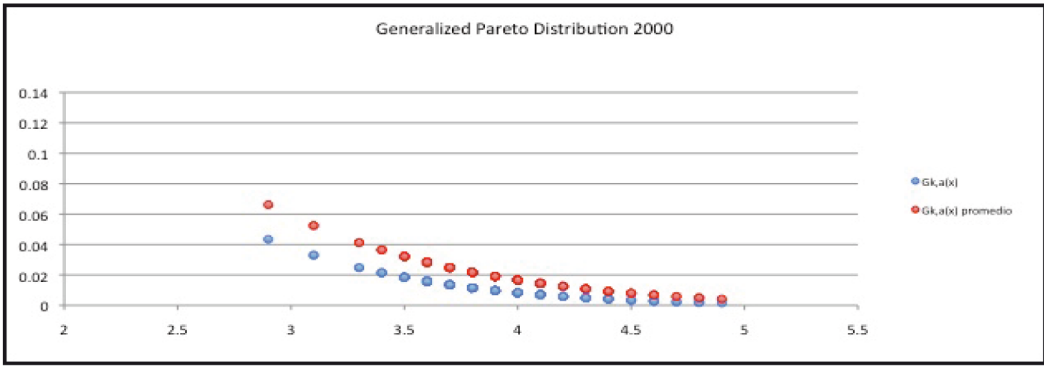
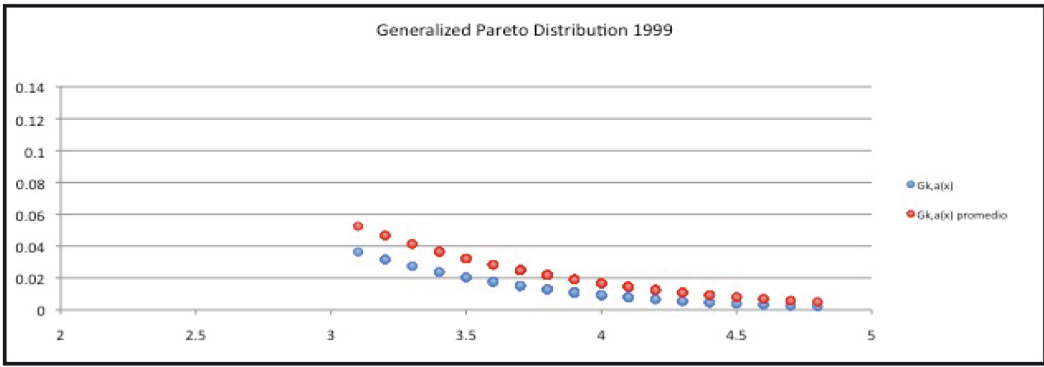
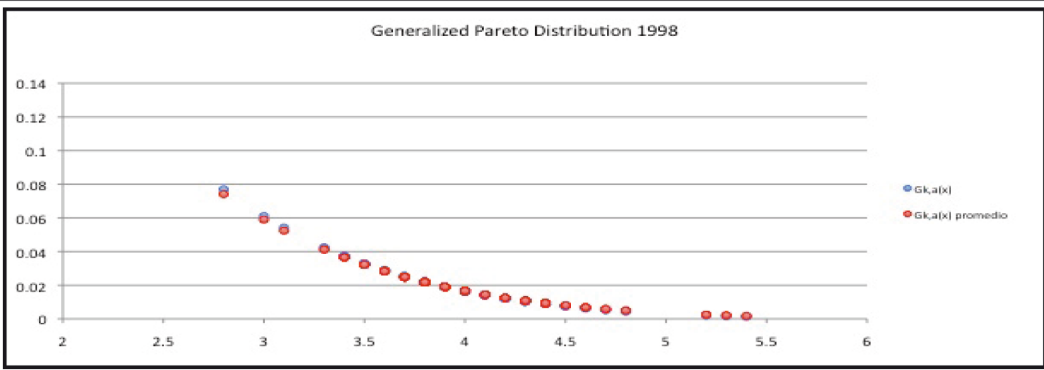
Año	K	a
1990	0.1765	1.5294
1991	0.2195	1.7073
1992	0.25	1.75
1993	0.0695	1.0695
1994	0.1628	1.3953
1995	0.0616	1.1677
1996	0.1381	1.409
1997	0.0891	1.042
1998	0.1635	1.3369
1999	0.1451	1.1776
2000	0.1364	1.1364
2001	0.1905	1.4286
2002	0.0516	0.8448
2003	0.087	0.837
2004	0.1236	1.236
2005	0.2318	1.6239
90-05	0.116	1.177
promedio	0.1419	1.2864

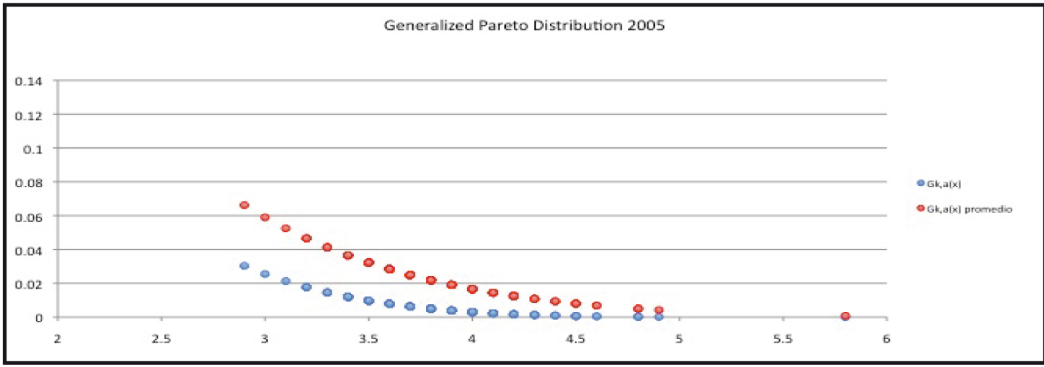
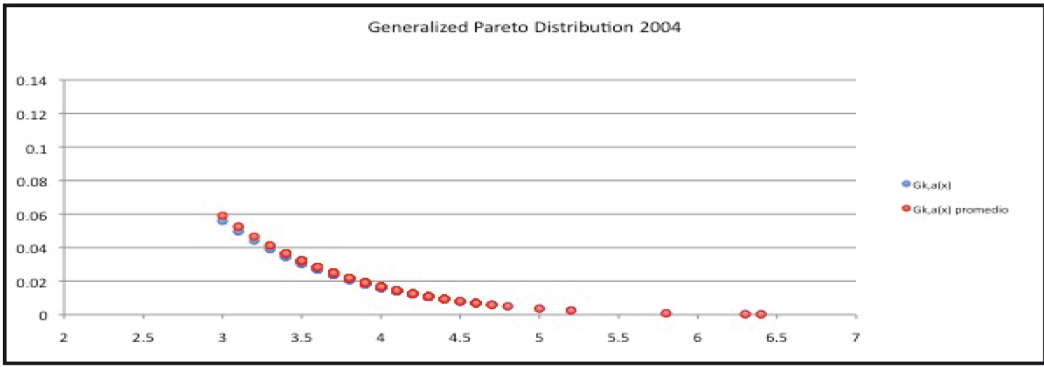
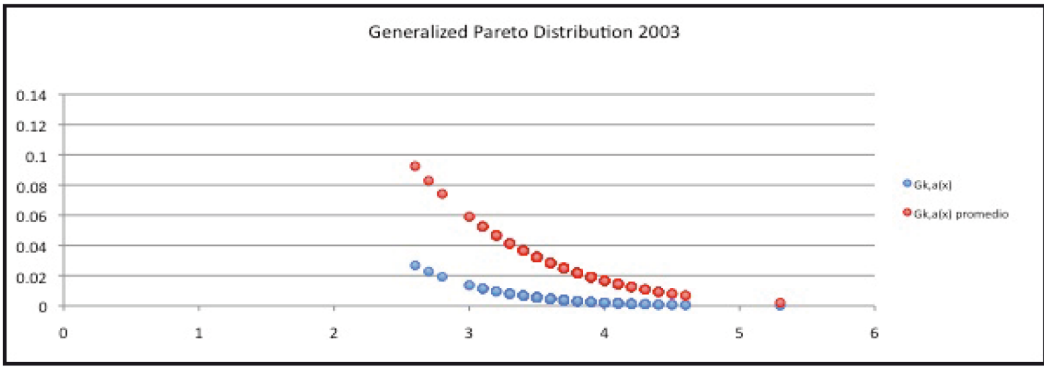
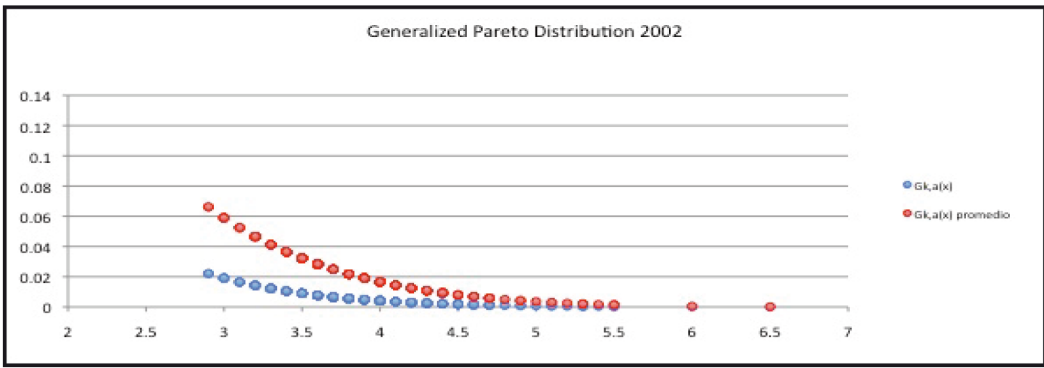
Tabla 2. Parámetros para los umbrales establecidos corriendo de 1 en 1

Una vez obtenidos los parámetros es posible calcular la función de DGP que ajusta los excesos. Las gráficas correspondientes para la DGP por año comparada con el promedio se muestran a continuación









Vemos que para la mayoría de los años analizados el ajuste de los parámetros promedio de la DGP reproduce el comportamiento de los datos, sin embargo, los años 2002, 2003 y 2005 presentan claras discrepancias en los ajustes; como estos años presentan características atípicas de la zona, mencionadas en los análisis de datos anteriores, se procederá a calcular las probabilidades de toda la zona, para periodos hasta de 100 años, con los parámetros promedio.

La probabilidad de ocurrencia de los excesos, se obtiene utilizando un proceso de Poisson no-homogéneo de Pareto, para esto se necesita conocer la tasa de ocurrencia de excesos θ del proceso Poisson no-homogéneo.

$$\theta(e) = \frac{N_u}{t} \left[1 - \frac{k(e-u)}{a} \right]^{\frac{1}{k}} \quad (4.1)$$

Considerando un umbral de uno en uno en periodos de un año durante dieciséis años obtenemos las siguientes tasas de ocurrencia para los parámetros promedio.

Exceso 'e'	Tasa de Ocurrencia
3	143.8569456
4	90.23123637
5	2.186068225
6	0.397686444
7	0.048251998

Tabla 3. de Tasa de ocurrencia para los datos promedio de 1990 a 1995

n	Probabilidad de que ocurran n eventos con un exceso e				
	Umbrales				
	>3	>4	>5	>6	>7
0	0	0	0	0	1.78479E-09
1	0	0	0	0	3.59527E-08
2	0	0	0	0	3.62115E-07
3	0	0	0	0	2.43148E-06
4	0	0	0	0	1.22449E-05
5	0	0	0	0	4.93322E-05
6	0	0	0	0	0.000165624
7	0	0	0	0	0.000476618

8	0	0	0	0	0.001200123
9	0	0	0	0	0.002686138
10	0	0	0	0	0.005410947

Probabilidad de que ocurran n eventos con exceso e para un umbral de 5					
Excesos					
n	>3	>4	>5	>6	>7
0	6.80798E-07	0.003011306	0.117690851	0.500634366	0.828069073
1	9.66733E-06	0.017481778	0.251822407	0.346378531	0.15622244
2	6.86381E-05	0.050744196	0.269411447	0.119826059	0.014736362
3	0.000324887	0.098196472	0.192152686	0.027635055	0.000926714
4	0.001153348	0.142516997	0.102786987	0.00478003	4.37082E-05
5	0.003275509	0.165473108	0.04398654	0.000661441	1.64919E-06
6	0.007752039	0.160105754	0.015686289	7.62729E-05	5.18555E-08
7	0.015725564	0.132782141	0.004794837	7.5388E-06	1.39757E-09
8	0.027912876	0.096356374	0.001282436	6.51992E-07	3.2958E-11
9	0.044040316	0.062153946	0.000304891	5.01222E-08	6.90868E-13
10	0.062537248	0.036082737	6.52374E-05	3.46785E-09	0

Probabilidad de que ocurran n eventos con exceso e para un umbral de 6					
Excesos					
n	>3	>4	>5	>6	>7
0	0.165298888	0.479077244	0.762442017	0.916032895	0.976369201
1	0.297537999	0.352549798	0.206796246	0.080338836	0.023349366
2	0.267784199	0.129719541	0.028044551	0.003522979	0.000279194
3	0.160670519	0.031819919	0.002535497	0.000102992	2.22559E-06
4	0.072301734	0.005854017	0.000171925	2.25818E-06	1.3306E-08
5	0.026028624	0.000861587	9.3262E-06	3.96098E-08	6.36411E-11
6	0.007808587	0.000105673	4.21589E-07	5.78982E-10	2.53657E-13
7	0.002007922	1.11091E-05	1.63353E-08	7.25407E-12	0
8	0.000451783	1.02189E-06	5.53825E-10	7.95255E-14	0
9	9.03565E-05	8.35558E-08	1.66904E-11	0	0
10	1.62642E-05	6.14882E-09	4.52691E-13	0	0

Probabilidad de que ocurran n eventos con exceso e para un umbral de 7					
Excesos					
n	>3	>4	>5	>6	>7
0	0.818730753	0.92148762	0.970313043	0.990302548	0.997346362
1	0.163746151	0.075346299	0.029241873	0.009650279	0.002650114
2	0.016374615	0.00308038	0.000440624	4.70199E-05	3.52089E-06
3	0.001091641	8.39567E-05	4.4263E-06	1.52733E-07	3.11853E-09
4	5.45821E-05	1.7162E-06	3.33483E-08	3.72087E-10	2.07161E-12
5	2.18328E-06	2.80653E-08	2.01001E-10	7.25181E-13	1.10092E-15
6	7.27761E-08	3.82465E-10	1.00958E-12	0	0
7	2.07932E-09	4.46751E-12	4.34645E-15	0	0
8	5.19829E-11	4.56613E-14	0	0	0
9	1.15518E-12	0	0	0	0
10	2.31035E-14	0	0	0	0

Probabilidad de que ocurra al menos 1 sismo en 100 años				
M>3	M>4	M>5	M>6	M>7
1	1	1	1	0.999999998

Umbral	Probabilidad de que ocurra al menos 1 sismo en 100 años				
	>3	>4	>5	>6	>7
3	1	1	1	1	0.999999682
4	1	1	1	0.999999988	0.993049199
5	0.99999932	0.99698869	0.882309149	0.499365634	0.171930927
6	0.83470111	0.52092276	0.237557983	0.083967105	0.023630799
7	0.18126925	0.07851238	0.029686957	0.009697452	0.002653638

De lo anterior podemos observar que para umbrales de 3, 4, 5 hay muy alta probabilidad de ocurrencia. Lo más interesante y uno de los objetivos del presente trabajo es obtener la probabilidad de ocurrencia de eventos extremos con la metodología propuesta, de donde para umbrales de 6 y 7, la probabilidad de ocurrencia de al menos un sismo de magnitud mayor a 7 es baja, sin embargo, al no ser cero es probable que ocurra al menos un evento de magnitud 8 en periodos de 100 años.

4.6 Conclusiones

Una de las metas al describir los procesos geológicos es poder predecir su comportamiento futuro, sin embargo esto no ha sido posible a pesar de los muchos esfuerzos que se hacen en la ciencia. Por ello un pequeño avance es la caracterización de los procesos como sismos o erupciones volcánicas, pues permite un avance hacia la predicción. Es en este sentido, que el objetivo de esta tesis se sitúa dando una caracterización no lineal, con Distribución Generalizada de Pareto, a una serie sísmica. El análisis de datos se realizó en un periodo de 16 años de 1990 a 2005, de todos los sismos registrados por el SSN en la zona de Guerrero.

En el análisis de estos datos podemos observar que la influencia del tipo de instrumentación utilizada para el registro de sismos es muy evidente a lo largo de los años, ya que a partir de la implementación de sismógrafos de Banda Ancha en 1992 el número de registro de EQ de magnitudes inferiores a 3 se incrementa considerablemente.

La media global de la magnitud de los EQ se puede considerar 3.9 ± 0.4 ; el número de EQ con magnitud mayor a 5 está entre 0-7 por año, sin embargo los años 1997 y 2002 presentan 9 y 14 eventos respectivamente, lo cual duplica el número de los eventos de magnitud >5 que presenta la zona. Además la cantidad de sismos pequeños y medianos aumenta en dirección al estado de Oaxaca y se puede distinguir un enjambre cerca del gap de Guerrero, así como también se observa que los EQ son de mayor magnitud alejados de la costa.

El análisis de datos correspondientes a los años 1995, 1996, 2001, muestran claramente que los EQ con magnitudes mayores a 6 producen un número importante de réplicas importantes como lo señala Omori (1894), por lo que el número total de eventos registrados por mes aumenta considerablemente. Sin embargo el ajuste de datos por la DGP no es afectado por la existencia de réplicas.

En la mayoría de los años analizados el ajuste de los parámetros promedio de la DGP reproduce el comportamiento de los datos, excepto para los años 2002, 2003 y 2005 que presentan claras discrepancias en los ajustes; como estos años presentan características atípicas de la zona, se realizó el cálculo de las probabilidades con los parámetros promedio.

Finalmente se puede concluir que los parámetros determinados a partir de datos sísmicos de un periodo de 16 años nos permite calcular con una buena aproximación las probabilidades de ocurrencia de sismos de magnitudes superiores a 5 para un periodo de 100 años en la zona de Guerrero, encontrando que es probable que ocurra al menos un evento de magnitud 8.

APÉNDICES

APENDICE A. Definiciones

A.1 PROCESOS ESTOCÁSTICOS

El concepto de Proceso Estocástico o Aleatorio ha sido de gran utilidad como una herramienta matemática en la caracterización de fenómenos naturales y físicos.

Definición: Un proceso estocástico $X = \{X(t) : t \in T\}$ es una colección de variables aleatorias. Es decir, para cada t en un conjunto indexado T , $X(t)$ es una variable aleatoria. Si el conjunto T es un conjunto numerable, X es llamado un proceso discreto, y si T es un conjunto continuo, X es llamado un proceso continuo.

Definición: Un proceso estocástico $\{N(t), t \geq 0\}$ se dice que es un proceso de conteo si $N(t)$ representa el número total de eventos que han ocurrido al tiempo t . Un proceso de conteo $N(t)$ debe satisfacer:

1. $N(t) \geq 0$
2. $N(t)$ es de valor entero.
3. Si $s < t$, entonces $N(s) \leq N(t)$
4. Para $s < t$, $N(t) - N(s)$ es el número de eventos que han ocurrido en el intervalo $(s, t]$.

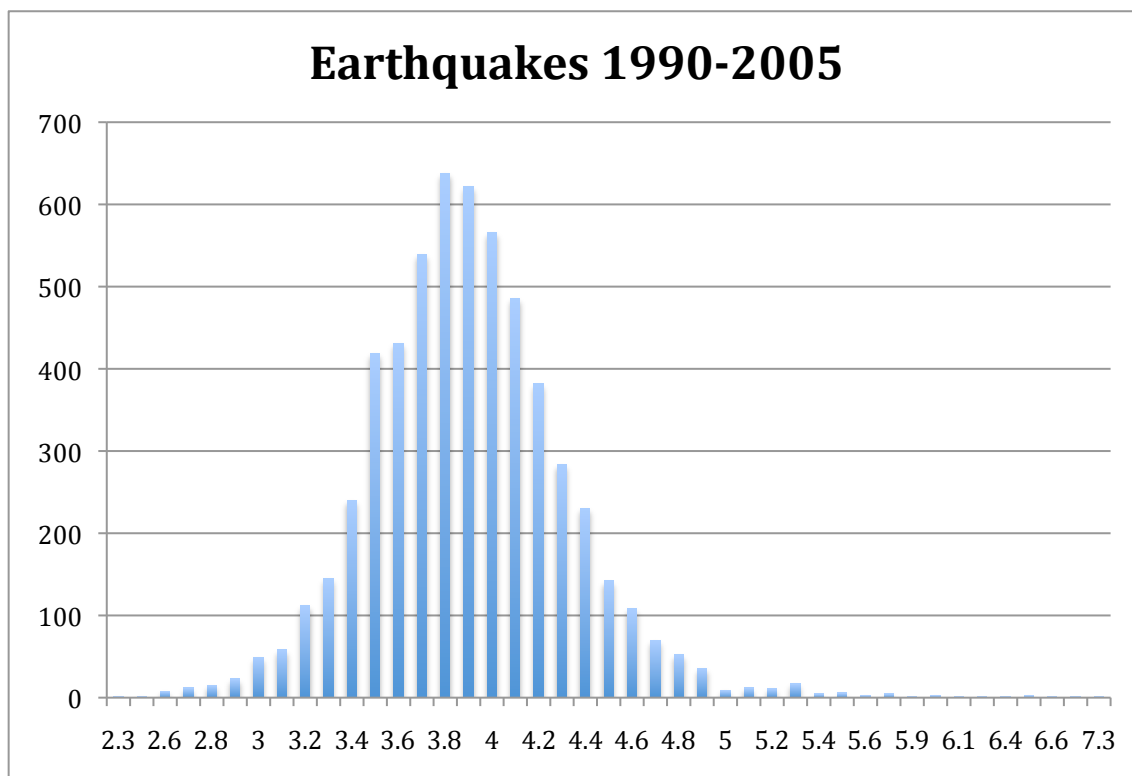
Se dice que un proceso de conteo posee incrementos independientes si el número de eventos que ocurren en intervalos de tiempo disjuntos (es decir, que no se tenga

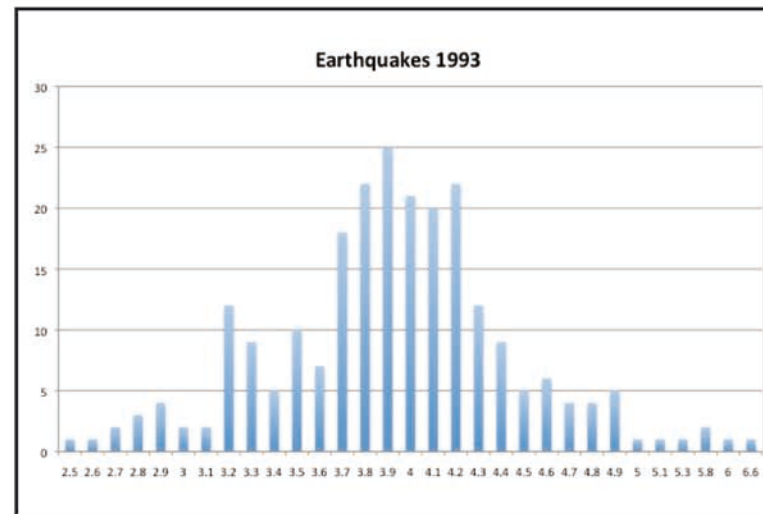
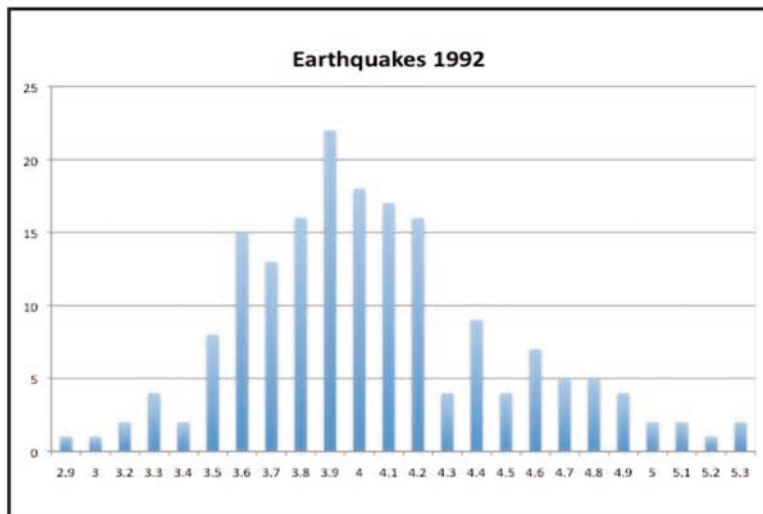
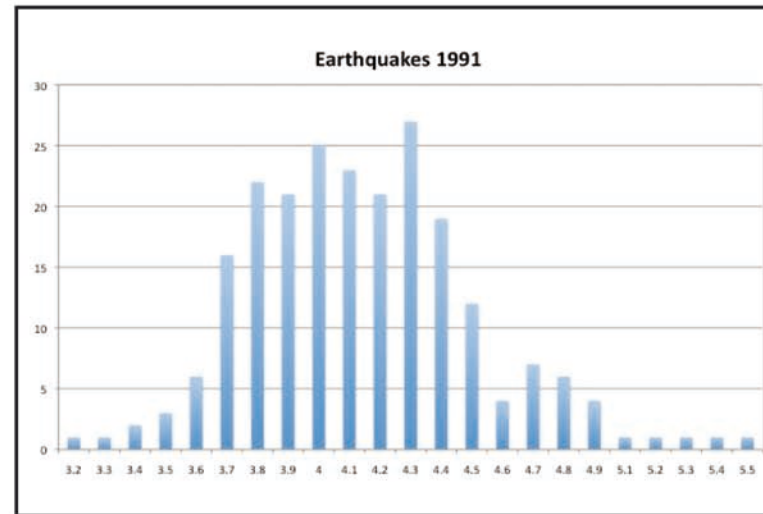
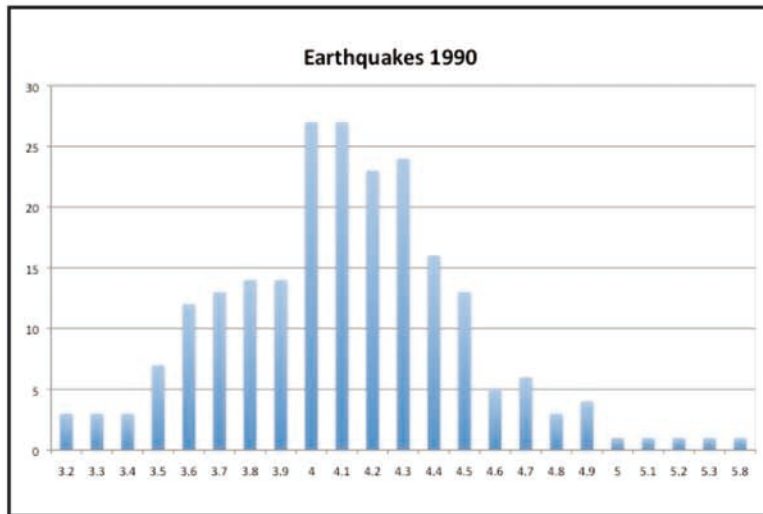
algún elemento en común entre los intervalos) no tiene efecto sobre la probabilidad de ocurrencia de cualquier otro evento. Por ejemplo, esto significa que el número de eventos que han ocurrido al tiempo t , es decir, $N(t)$, debe ser independiente del número de eventos que ocurran entre los tiempos t y $t+s$, es decir, $N(t+s) - N(t)$.

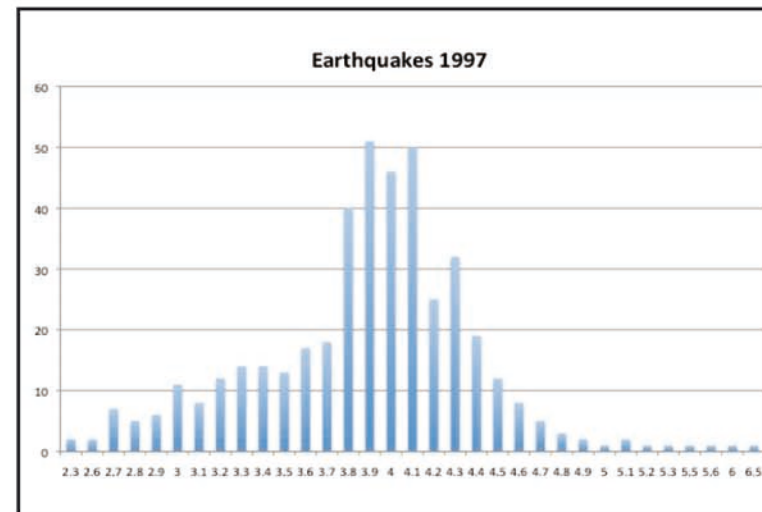
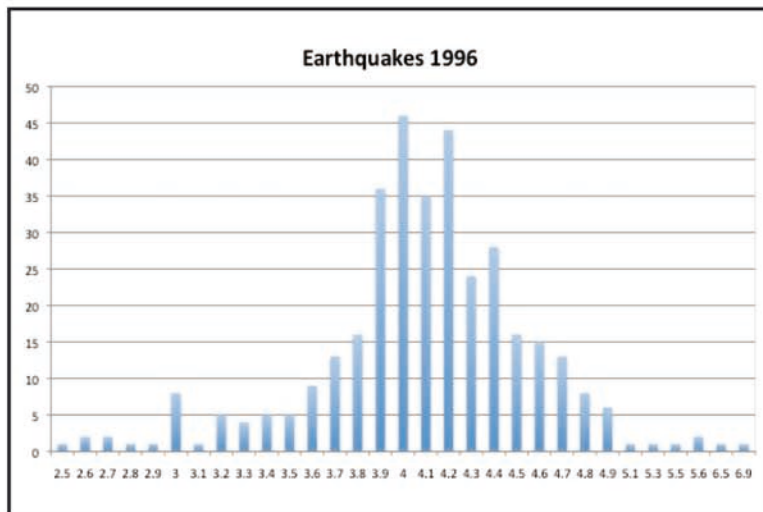
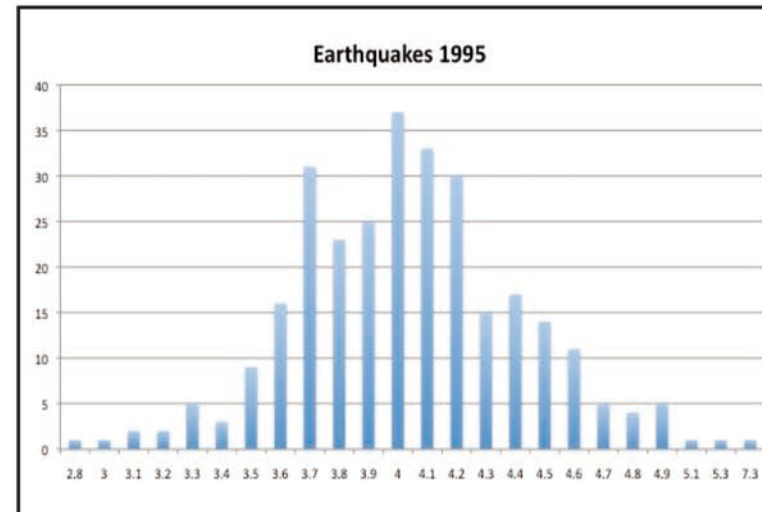
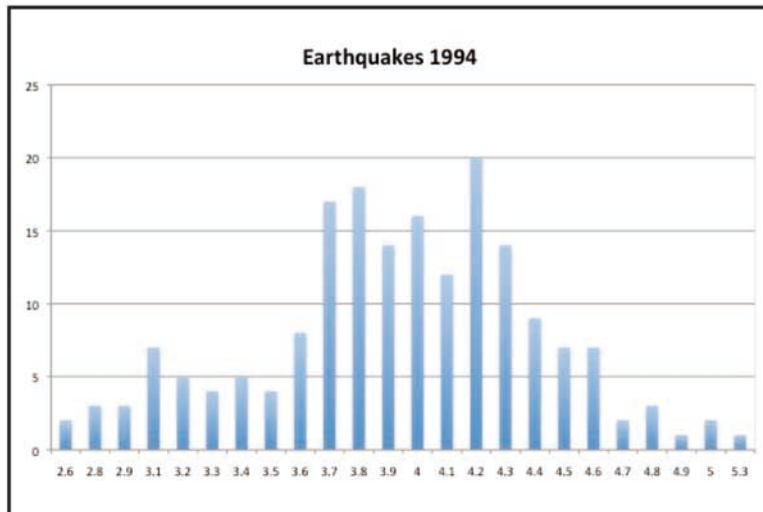
Se dice que un proceso de conteo posee incrementos estacionarios si la distribución del número de eventos que ocurren en cualquier intervalo de tiempo depende solamente del tamaño del intervalo de tiempo. Es decir, el proceso tiene incrementos estacionarios si el número de eventos en el intervalo $(t_1 + s, t_2 + s]$ (es decir, $N(t_2 + s) - N(t_1 + s)$) tienen la misma distribución que el número de eventos en el intervalo $(t_1, t_2]$ (es decir, $N(t_2) - N(t_1)$) para todo $t_1 < t_2$, y $s > 0$.

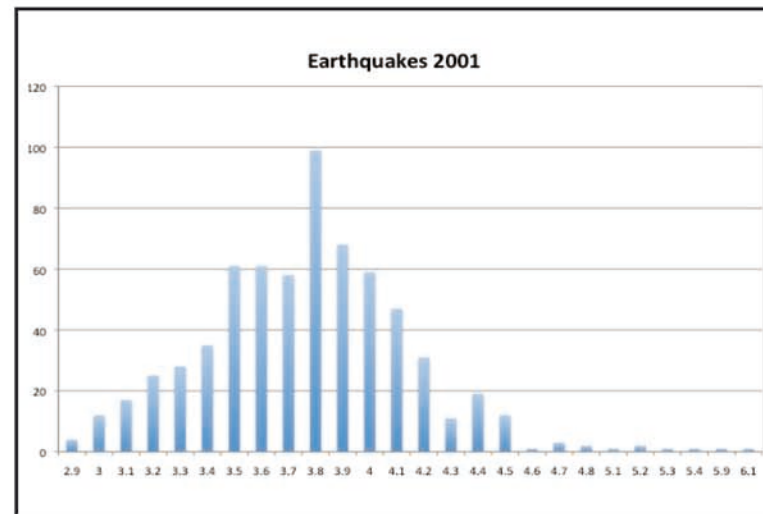
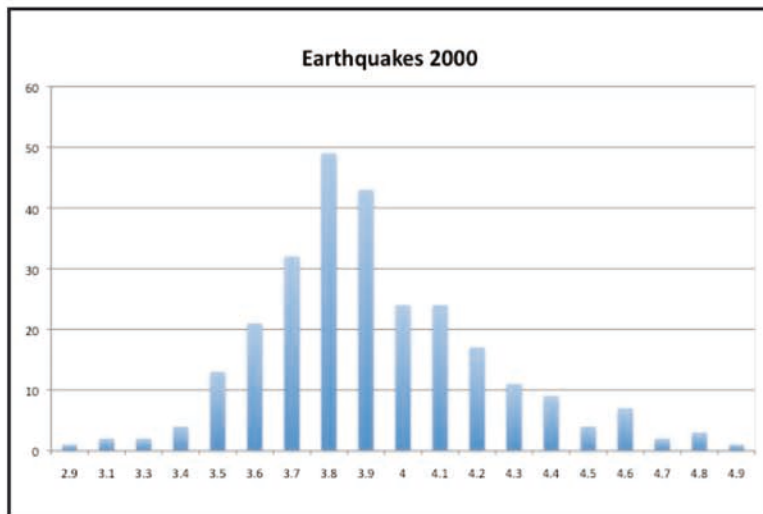
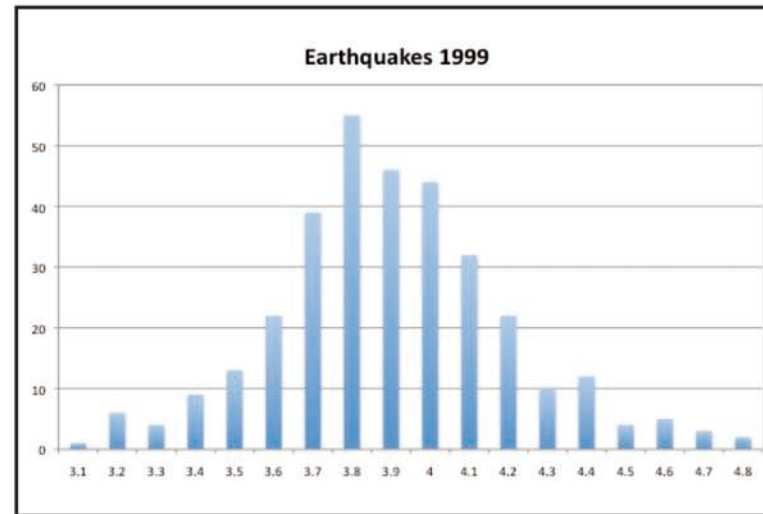
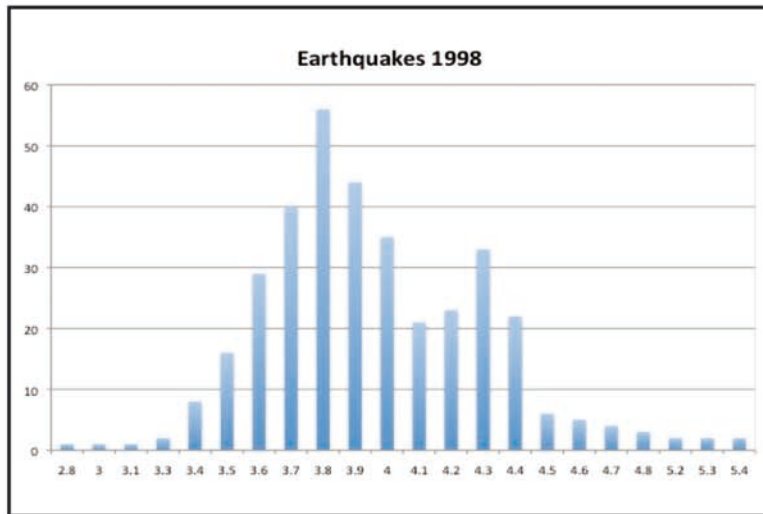
APENDICE B. Histogramas

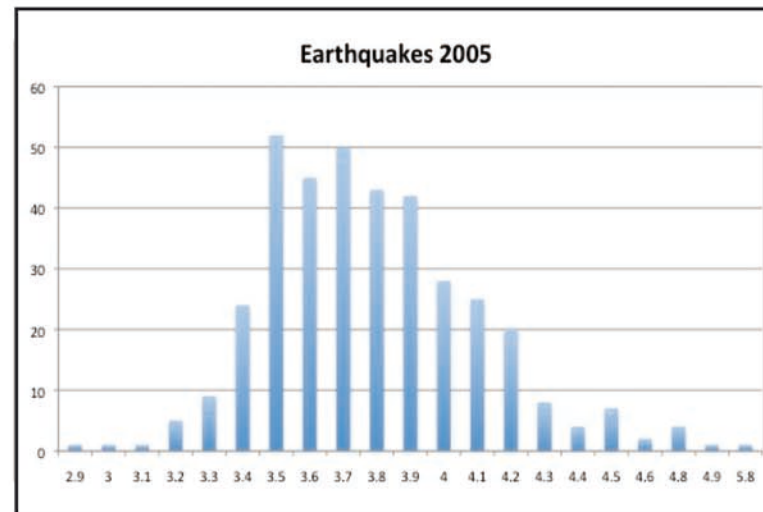
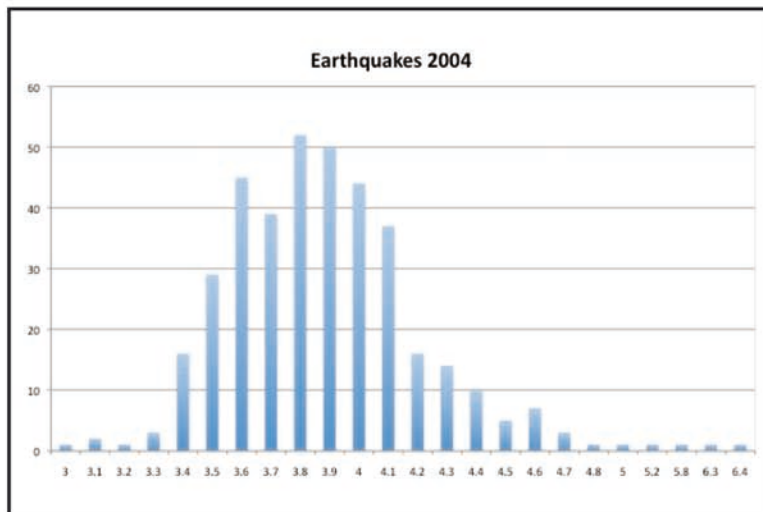
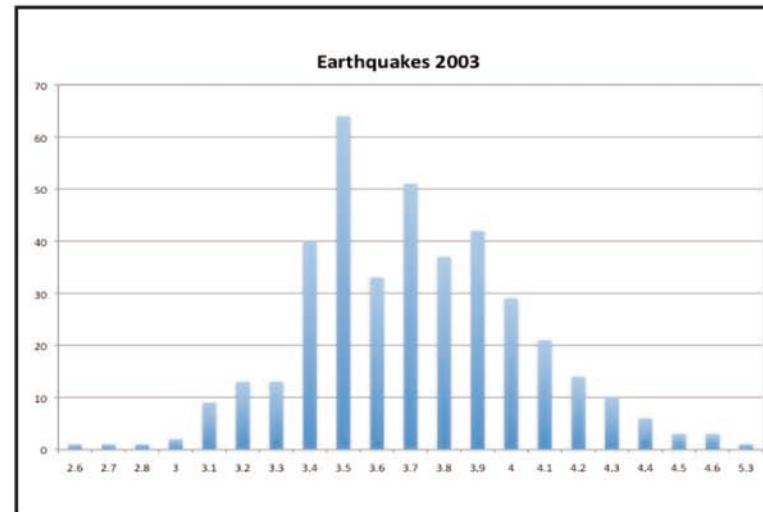
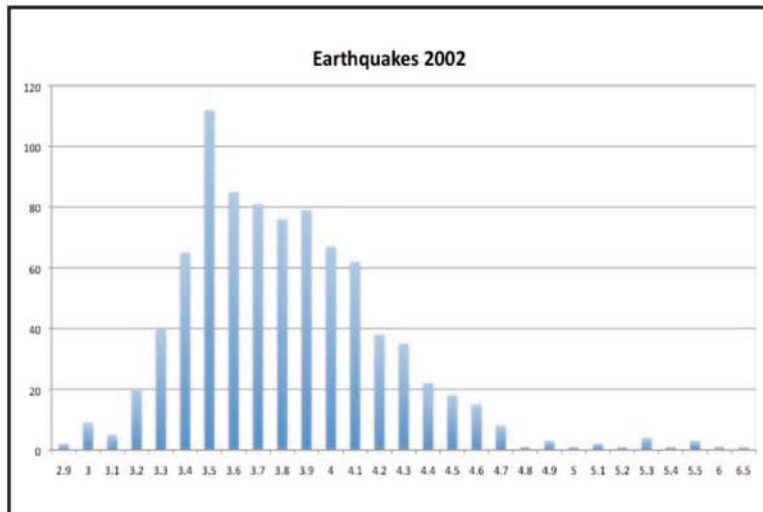
Como se mencionó anteriormente es importante hacer el análisis del número de EQ's por magnitud por año, para lo cual se han representado los datos en histogramas por año, y un histograma para el periodo de tiempo considerado en este estudio, de 16 años.











APENDICE C. Programas

Aquí se presentan los códigos utilizados para obtener el ajuste de los datos con una DGP y la obtención de las tasas de ocurrencia de los excesos del Proceso Poisson No-Homogéneo.

C.1 Media de excesos y excedentes

```
%*****
% Programa que calcula la media de excesos y la media de excedentes
% Para cada año
%*****

clear;
clc;
vec=[];
load('/Volumes/NO NAME/Coyuca 1995/magnitudes/datttotal.mat');
A=[];
k=input(' Introduzca el número de datos por analizar ');
for n=1:1:5
    um=3:1:7;
    exceso=0;
    sum=0;
    count=0;
    numexcedentes=0;
    sumaexcedentes=0;
    sumaexceso=0;
    exces=0; %se inicializa en cero para evitar que se guarde el valor anterior
    for i=1:1:k
        if datttotal(i,1)>um(1,n)
            count=count+1;
            sum=sum+datttotal(i,1);
            exces=datttotal(i,1)-um(1,n);
            sumaexceso=exceso+exces;
            exceso=sumaexceso;
            sumaexcedentes=sum;
            numexcedentes=count;
            c1=numexcedentes;
            c2=sumaexcedentes;
            c3=sumaexceso;
            mediaexcedentes=c2/c1;
            mediaexcesos=c3/c1;
        end
    end
end
```

```

    if exces==0      %si no hay magnitudes mayores al umbral hace cero la media de
excesos
        mediaexcesos=0;
    end
    vec(n,1)=um(1,n);
    vec(n,2) = mediaexcedentes;
    vec(n,3)= mediaexcesos;
end

%*****
%      Se realiza el ajuste lineal y las gráficas para la media de excesos y excedentes
%*****

umv=vec(:,1);
x=umv;

mediaexcedentesv=vec(:,2);
y=mediaexcedentesv;

mediaexcesosv=vec(:,3);
w=mediaexcesosv;
m=1;
p=polyfit(x,y,m);
z=(3:0.1:7);
f=polyval(p,z);

subplot(2,2,1), plot(x,y,'.',z,f,'-');
grid;
xlabel('Threshold');
ylabel('Mean of Exceedance');
xlim([0,8]);
ylim([0,9]);

l=1;
q=polyfit(x,w,l);
g=polyval(q,z);
% h=(-0.1352)*x+1.4898;
% z2=(3:0.1:7);
subplot(2,1,2), plot(x,w,'.',z,g,'-');
grid;
xlabel('Threshold');
ylabel('Mean of Excesses');
xlim([0,8]);
ylim([0,1.5])

```

C.2 DGP

```
%*****
%      Una vez realizado el ajuste lineal, calcula los parámetros
%      de la DGP para el año en cuestión
%*****

clear all;
clc;
m =input(' Introduce la pendiente de la recta ');
k=(m/-(m+1));
b=input('Introduce la ordenada al origen de la recta ');
a=(b*(1+k));
l=input('Introduce el número de datos por analizar ');
load('F:\Coyuca 1995\magnitudes\datttotal.mat');
f=5741;

%*****
%      Calcula también los parámetros de la DGP para el promedio
%*****

m1=-0.099;
b1=0.96;
k1=(m1/-(m1+1));
a1=(b1*(1+k1));
for i=1:1:f;
    x1=datttotal(i,1);
    c1=(k1*x1)/a1;
    d1=(1-c1)^(1/k1);
    G1(i,1)=d1;
    y1=G1;
end
load('F:\Coyuca 1995\magnitudes\dat92.mat');
for i=1:1:l;
    x=dat92(i,1);
    c=(k*x)/a;
    d=(1+c)^(-1/k);
    G(i,1)=d;
    y=G;
end

%*****
%      Grafica los valores obtenidos de la DGP
%      para el año en cuestión y para el promedio
%*****
```

```

plot(dat92,y,'*',datttotal,y1,'*r')
% plot(dat05,y,'*')
grid;
% plot(datt0,y1,'*r');hold on;
ylim([0,0.2]);
xlim([2.5,8]);

```

C.3 Tasas de ocurrencia

```

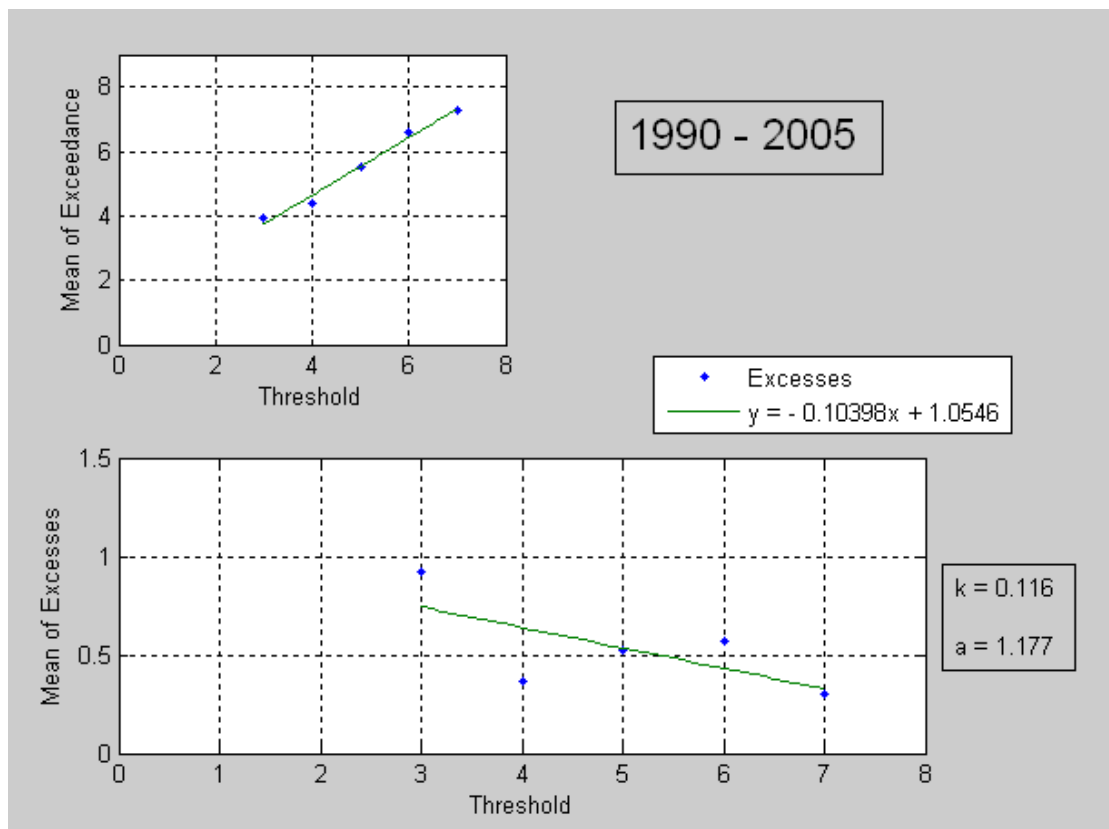
%*****
% Calcula las tasas de ocurrencia de excesos del Proceso Poisson No-Homogéneo
%*****

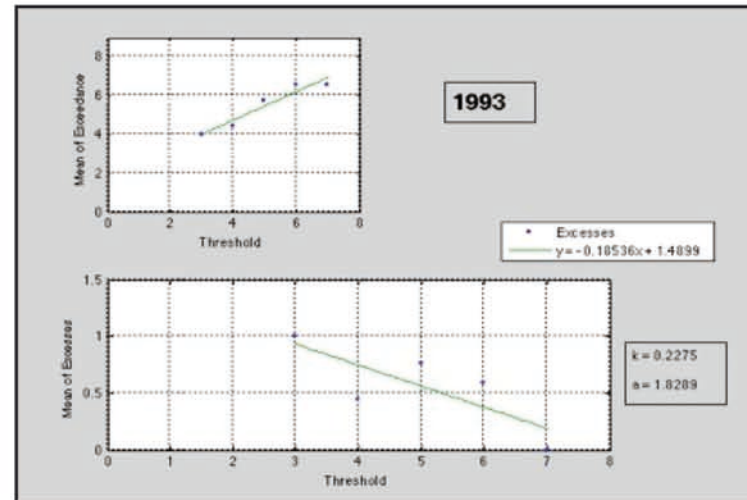
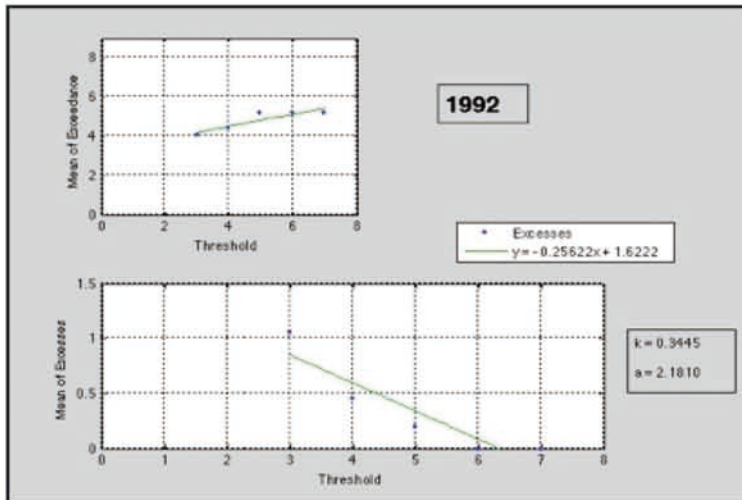
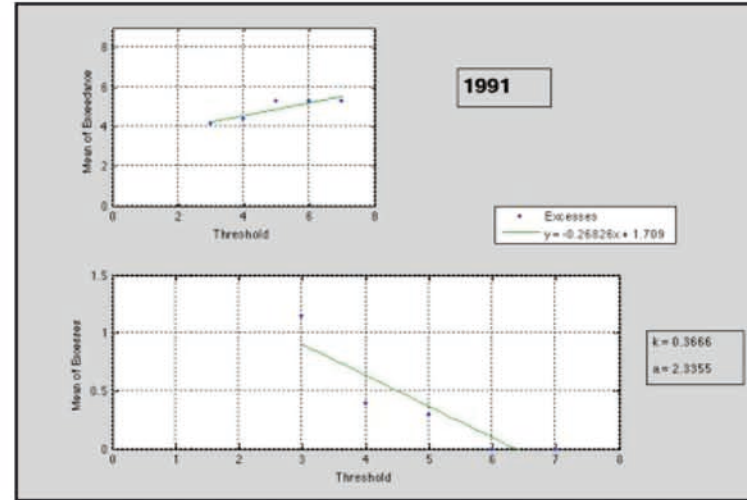
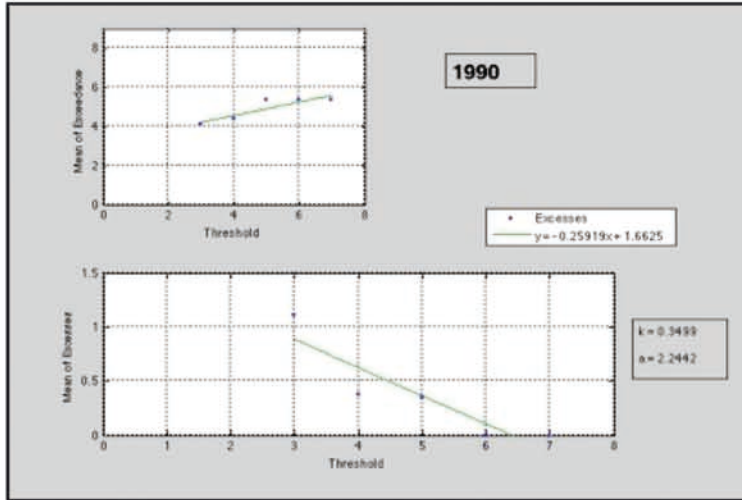
clear;clc;
vec=[];
load('E:\Coyuca 1995\magnitudes\datt0.mat');
t=input('Introduce el periodo de tiempo t = ');
l=input(' Introduzca el n?mero de datos por analizar ');
k=input('Introduzca el par?metro de forma: k = ');
a=input('Introduzca el par?metro de escala: a = ');
for n=1:1:5
    um=3:1:7;
    count=0;
    numexcedentes=0;
    for i=1:l
        if datt0(i,1)>um(1,n);
            count=count+1;
            excso=datt0(i,1)-um(1,n);
            d=(k*excso)/a;
            numexcedentes=count;
            c1=count;
            tasaoc=(c1/t)*((1-d)^(1/k));
            vec(n,2)=tasaoc;
        end
    end
    vec(n,1)=um(1,n);
end

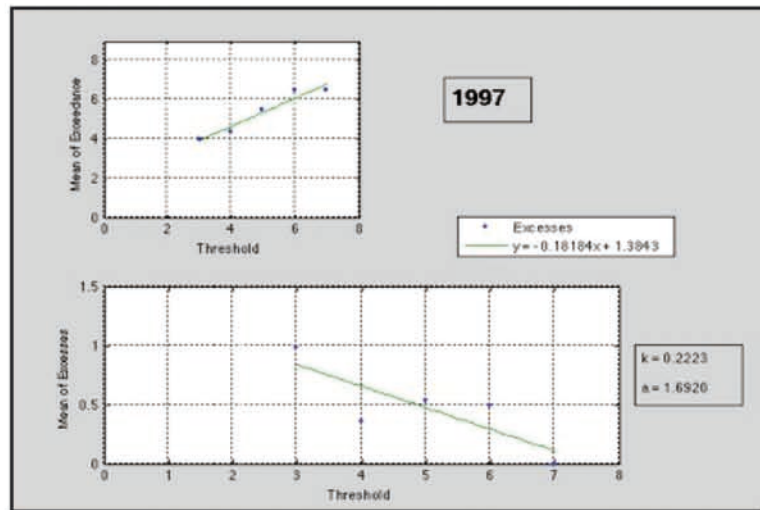
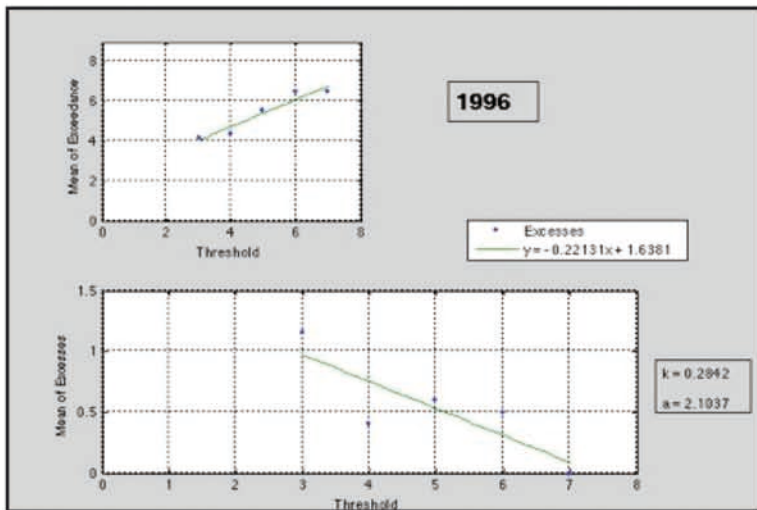
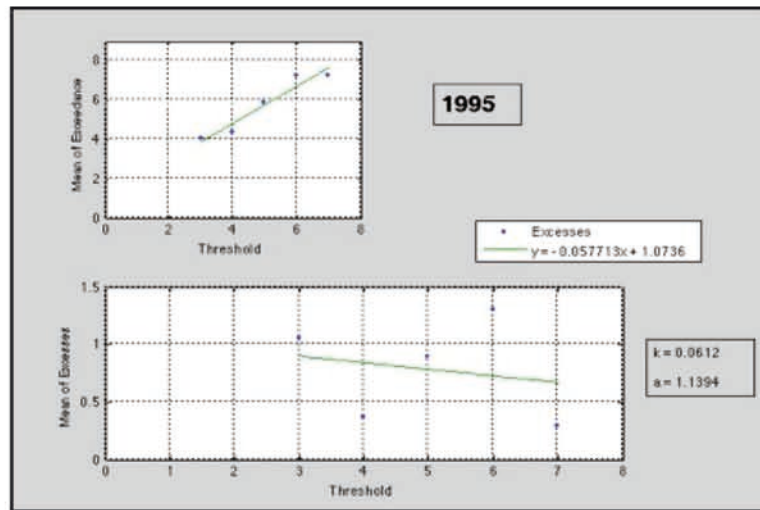
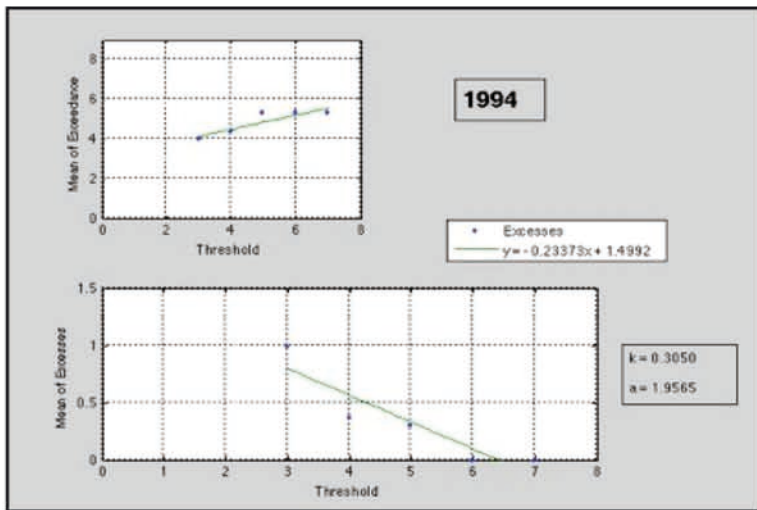
```

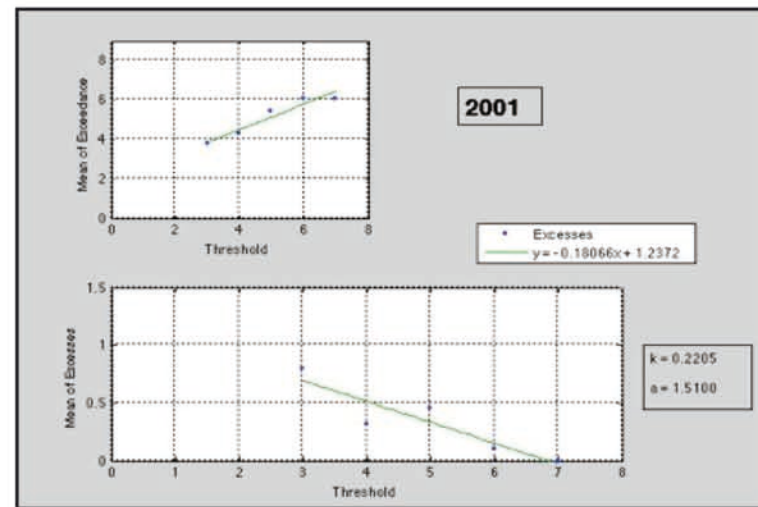
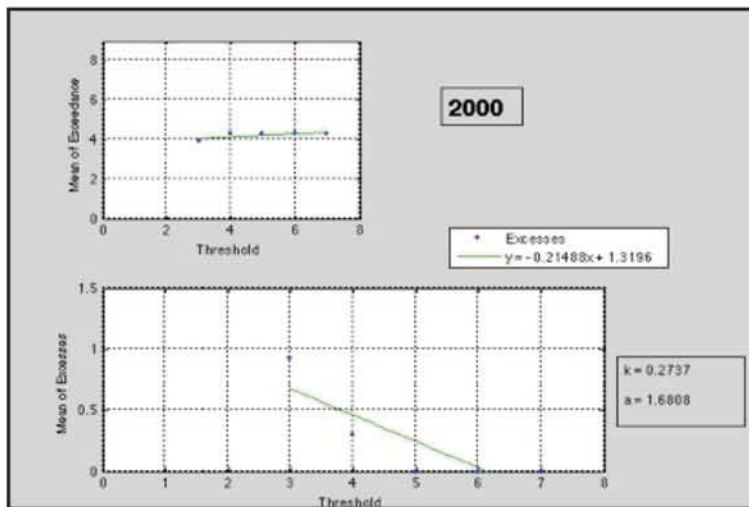
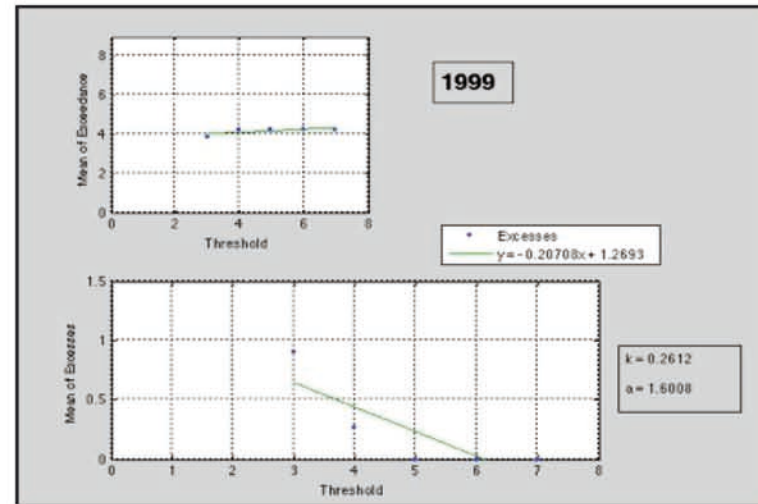
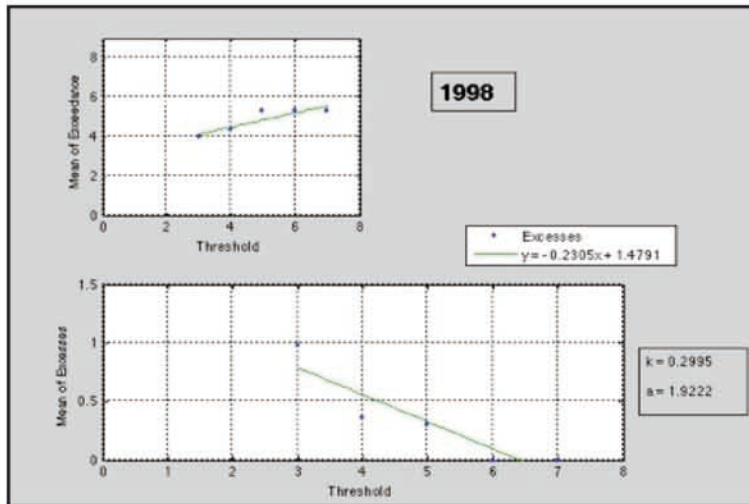

APENDICE D. Gráficas de media de excedentes y media de excesos

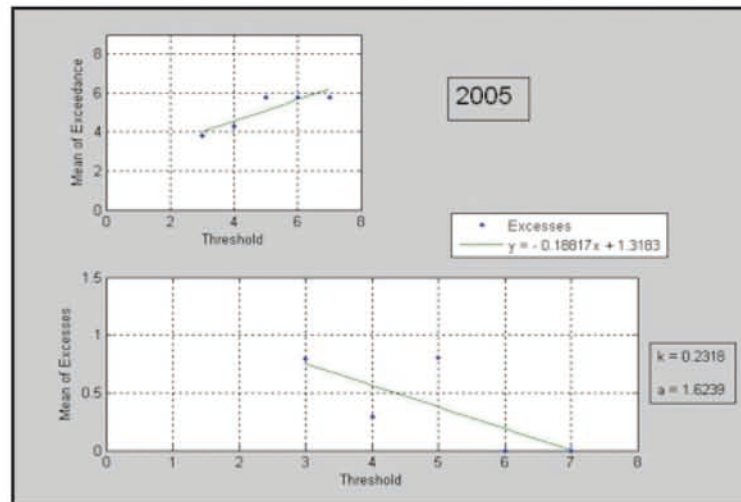
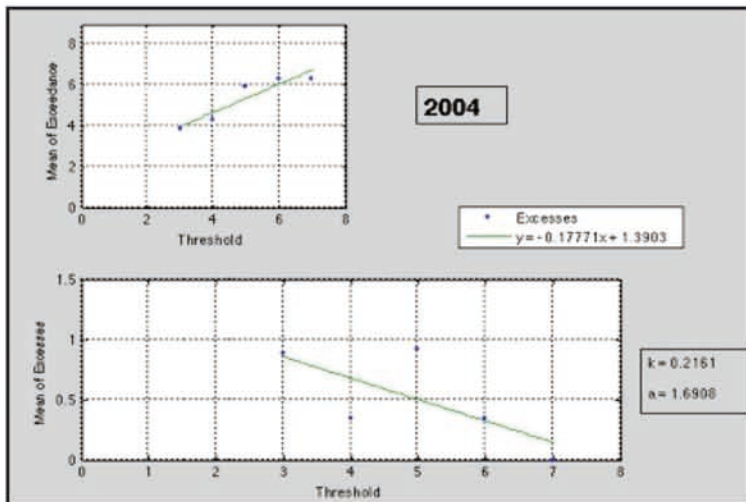
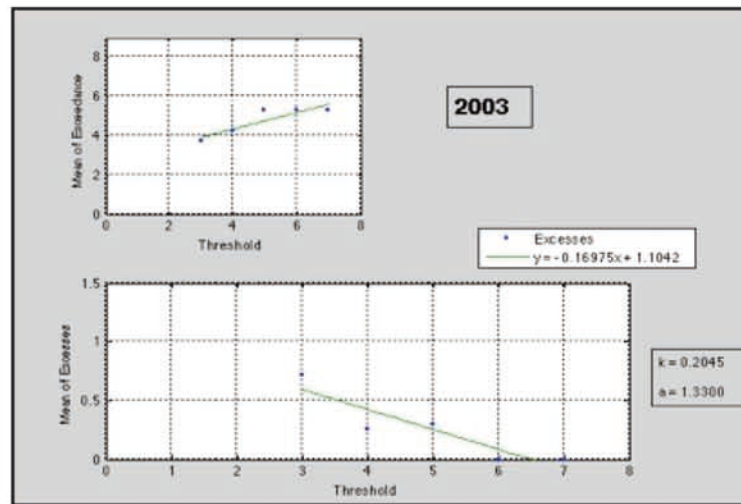
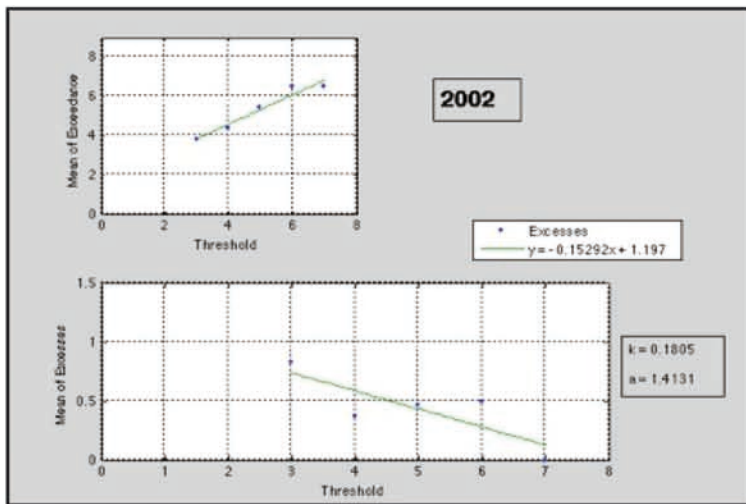
Para obtener los parámetros de forma y escala de la DGP, k y a respectivamente, se ha usado un método gráfico, como el mostrado en las figuras de este apartado, realizando una regresión lineal de la medida de los excesos contra la magnitud del umbral fijo.











REFERENCIAS

Aki, K. and Richards, P., 2002. Quantitative Seismology, University Science Books, California, 704 pp.

Anderson, C. W., Mole, N. y Nadarajah, S., 1997, A Switching Poisson Process Model For High Concentrations in Short-Range Atmospheric Dispersion. Atmospheric Environment, vol. 31, No. 6, pp. 813-824.

Apostol, B. F., 2006, A model of Seismic Focus and Related Statistical Distributions of Earthquakes, Romanian Reports in Physics, vol. 58, No. 2, pp. 583-600.

Apostol, B. F., 2006, Statistical distributions of earthquakes and related non-linear features in seismic waves, Romanian Reports in Physics, vol. 58, No. 2, pp. 195-210.

Barrera Morate, J. L., 2006, Las mediciones de los riesgos naturales, Física y sociedad, Nº 17, pp. 10-13

Bebbington, M. S. y C. D. Lai., 1996. Statistical Analysis of New Zeland Volcanic Occurrence Data, Journal of Volcanology and Geothermal Reserch, vol. 74, pp. 101-110.

Beguiría, S., 2005, Uncertainties in Partial Duration Series Modelling of Extremes Related of the Choice of the Threshold Value, Journal of Hidrology, vol. 303, pp. 215-230.

Benito, B., Cabañas, L., López-Arroyo, A., Bernabé, M.A., Ramírez, M.S., Álvarez, J., Cabañas, C., Jiménez, M.E., Álvarez, S., Nuche, R., Base de datos acelerométrica para la caracterización sísmica de emplazamientos de la Península Ibérica. Proyecto Daños.

Bradson, B. B. y Palutikov, J. P., 2000, Test of the Generalized Pareto Distribution for Predicting Extreme Wind Speeds, Journal of Applied Meteorology, vol. 39, pp. 1627-1640.

Canavos, G., 1996, Probabilidad y Estadística, Aplicaciones y Métodos, Mc Graw Hill, México.

Cebrián, A. C., 1999. Análisis, Modelación y Predicción de Episodios de Sequía, Tesis doctoral, Universidad de Zaragoza.

Coles, S. 2001, An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values, Springer-Verlang London.

Cramer H. 1960, Métodos Matemáticos de Estadística. Segunda edición. Editorial Aguilar, S. A. de ediciones Madrid.

Dahlen, F.A., and Tromp, J., 1998. *Theoretical Global Seismology*, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1025 p.

Davison, A. C., Smith, R. L., 1990. Models for Exceedances over High Thresholds, *Journal of the Royal Statistical Society. Series B*, vol. 52, pp. 393-442.

Dewey, J. and Byerly, P., 1969. The Early History of Seismometry (to 1900), *Bulletin of the Seismological Society of America*, v. 59, p. 183-227.

Díaz Hernández, A., 2003, *Teoría de Valores Extremos para Sucesiones de Variables Aleatorias Dependientes*, Tesis Licenciatura (Actuario) UNAM, Facultad de Ciencias.

Dziewonski, A.M., 1984. Mapping the lower mantle: determination of lateral heterogeneity in P velocity up to degree and order 6, *Journal of Geophysical Research*, v. 89, p. 5929-5952.

Eissler, H., Astiz, L., Kanamori, H., 1986, Tectonic Setting and Source Parameters of september 19, 1985 Michoacán, México earthquake, *Geophysical Research Letters*, vol. 13 No. 6.

Espíndola, J. M. y Jiménez, Z., 1984, *Terremotos y Ondas Sísmicas*, Cuaderno 1 del Instituto de Geofísica, Universidad Autónoma de México.

Espíndola, J. M., 1990, *Las Catástrofes Geológicas*, Cuaderno 3 del Instituto de Geofísica, Universidad Autónoma de México.

Espinosa-Aranda, J. M. y Rodríguez, F. H., 2003, The Seismic Alert System of Mexico City, en *The IASPEI International Handbook of Earthquake and Engineering Seismology*, W. H. Lee, H. Kanamori, P. C. Jennings y C. Kisslinger (eds.), Academic Press, London, Vol. B, Cap. 76, pp 1253-1259.

Espinosa-Aranda, J. M., Jiménez, A., Ibarrola, G., Alcantar, F., Aguilar, A., Hinostroza, M., y Maldonado, S., 1995, Mexico City Seismic Alert System, *Seism. Res. Lett.* 66(6), 42.53.

Ferrás, G. S., 2003, Probabilistic Prediction of The Next Large Earthquake in The Michoacán Fault-Segment of The Mexican Subduction Zone, *Geofísica Internacional*, vol. 42, pp. 69-81.

Franco S.I., (2002), "Estudio de la deformación intersísmica en la brecha de Guerrero", Tesis de Maestría, 2002.

Franco S.I., 2001, "Nivelación de alta precisión en el estudio de la deformación intersísmica de la costa de Guerrero, México", Tesis de licenciatura.

Franco Sánchez S.I., Alvarado J., Hutton W., Kostoglodov V., Mimiaga J., Sánchez O., 2001, "Observaciones preliminares de la deformación

intersísmica a lo largo de la costa de Guerrero usando datos GPS”, GEOS, UGM, 21, No.3, p. 265.

García, J. D., 2006, Estimación de parámetros del movimiento fuerte del suelo para terremotos interplaca e intraslab en México central, Universidad Complutense de Madrid.

Geller, R.J., and Stein, S., 1977. Split free oscillation amplitudes for the 1960 Chilean and 1964 Alaskan earthquakes, Bulletin of the Seismological Society of America, v. 67, p. 651-660.

Gómez-González, J. M., Böhnell, H., Delgado-Argote, L. A., Gómez-Tuena, A., Guzmán-Speziale M., 2004, El conocimiento de la tierra a través del impacto tecnológico en la sismología, GEOS, Vol. 24, No. 1, p. 30-39.

Gray, L. H. y Odell, L. P., 1970, Probability for Practicing Engineers, Barnes and Noble, New York.

Gumbel, E. J., 1958, Statistics of Extremes, Columbia University Press, New York.

Gutenberg, B. and Richter, C. F., 1944., Frequency of earthquakes in California. Bull Seismol Soc. Am., vol. 34, pp. 185-188.

Gutenberg, B. and Richter, C. F., 1956, Magnitude and energy of earthquakes. Ann. Geofis., vol. 9, pp. 1-15.

Hanks, T. and Kanamori, H. 1979, A momento magnitude scale. J. Geophys. Res., vol. 76, pp. 1255-1269.

Hernández, A., 2005, Distribución Límite de los Extremos del Modelo T-Student Truncado para Datos de Lluvia Diaria, Tesis Doctoral presentada a la Universidad Simón Bolívar, Venezuela.

Ho, C. 1991, Time Trend Analysis of Basaltic Volcanism for the Yucca Mountain Site, Journal of Volcanology and Geothermal Research, vol. 46, pp. 61-72.

Ho, C. 1996, Volcanic Time-Trend Analysis, Journal of Volcanology and Geothermal Research, vol. 74, pp. 171-177.

Ho, C., 1991, Nonhomogeneous Poisson Model for Volcanic Eruptions, Mathematical Geology, vol. 23, pp. 167-173.

Ho, C., 1995, Sensitivity in Volcanic Hazard Assessment for the Yucca Mountain High-Level Nuclear Waste Repository Site: The Model and the Data, Matematical Geology, vol. 27, pp. 239-258.

Hosking, J. R. M. y Wallis, J. R., 1987, Parameter and Quantile Estimation for the Generalized Pareto Distribution, Technometrics, vol. 29, No. 3, pp. 333-349.

Inoue, H., Fukao, Y., Tanabe, K., and Ogata, Y., 1990. Whole mantle P wave travel time tomography, *Physics of the Earth and Planetary Interior*, v. 59, p. 294-328.

Jagger, T. y Elsner, J., 2005, *Climatology Models for Extreme Hurricane Winds near the United States*, *Journal of Climate*, vol. 19, pp. 3220-3236.

Kanamori, H., 1977, The energy release in great earthquakes, *J. Geophys. Res.* Vol 82, pp. 2981-2987.

Keilis-Borok, V. L., Knopoff, V., Kossobokov and Rotvain, I., 1990, Intermediate-term prediction in advance of the Loma Prieta earthquake, *Geophys. Research letters*, vol. 17, No. 9, pp. 1461-1464, august 1990.

Kostoglodov V., R. Valenzuela, A. Gorabtov, J. Mimiaga, S.I. Franco, J.A. Alvarado, R. Peláez, 2001, "Deformation in the Guerrero seismic gap, Mexico, from leveling observations", *J. Geodesy*, vol. 75, pp. 19-32.

Lang, M., Ouarda, T. b. M. J., Bobée B., 1999, Towards operational guidelines for over-threshold modeling, *Journal of Hydrology* vol. 225, pp. 103-117.

Lin, X. G., 2003, Statistical modeling of severe wind gust, *International Congress on Modelling and Simulation*, Townsville, vol. 2, pp. 620-625.

Main, I., 1996, Statistical physics, seismogenesis, and seismic Hazard, *Reviews of Geophysics*, vol. 34, No. 4, pp. 433-462

Martínez, R. P. A., 2003, *Un Modelo Estadístico para VALores extremos en Series de Datos Actuariales*, Tesis de Licenciatura (Actuario) UNAM, Facultad de Ciencias.

Max Wyss, K. Shimazaki, Akihiko Ito, *Seismic Patterns, Their Statistical Significance and Physical Meaning*, pp. 410-413.

McNeil, A. J. y Saladin, T., 1997, The Peaks Over Thresholds Method for Estimating High Quantiles of Loss Distributions, *Coloquio 28th international ASTIN Bulletin*.

McNeil, A. J., 1999, *Extreme Value Theory for Risk Managers*, *International Modelling and CAD II, Risk Bookc*, pp. 99-113.

Mendoza, R. A. T., 2007, *Análisis de Peligro para los Volcanes Colima, Citlaltepétl y Popocatepétl*, Tesis de Maestría UNAM, Programa de Posgrado en ciencias de la Tierra, Instituto de Geofísica.

Nava, A., 1987, *Terremotos, La Ciencia desde México*, Fondo de Cultura Económica.

Redes GPS y su aplicación para eventos sismotectónicos
http://tlacaelel.igeofcu.unam.mx/~ivonne/redes_gps_y_sus_aplicaciones_par.htm

Reiss, R. D., Thomas, M., 2001, Statistical Analysis of Extreme Values, Birkhauser, Segunda edición, Basel.

Richter, C. F., 1935, An instrumental earthquake scale. Bull. Seism. Soc. Am. Vol. 25, pp. 1-32.

Richter, C. F., 1985, Elementary Seismology, W.H. Freeman, San Francisco.

Ross, S. M., 1983, Stochastic Processes, John Wiley & Sons, New York.

Servicio Sismológico Nacional <http://www.ssn.unam.mx/>

Servicio Sismológico Nacional, Instituto de Geofísica, UNAM, Cien años de instrumentación sísmica en México.

Singh K., Rodríguez M. and Espíndola J. M., 1984, A catalog of shallow earthquakes of Mexico from 1900 to 1981, Bulletin of the Seismological Society of America, vol. 74, No. 1.

Singh, S. K. And J. Havskov. 1980. On moment magnitude scale, Bull. Seism. Soc. Am. Vol. 70 pp. 379-383.

Smith, R: L., 1989, Extreme Value Analysis of Environmental Time Series: An Application to Trend Detection in Ground-level Ozone, Statistical Science, vol. 4, pp. 367-393.

Smith, R. L., 2001, Extreme Value Statistics in Meteorology and The Environment, Environmental Statistics, vol. 8, pp. 300-357.

Sornette D. Vanneste Ch., Knopoff L., 1992, Statistical model and earthquake foreshocks Physical Review A. vol. 45, num. 12.

SSN, 1992, Boletín sismológico mensual, Servicio Sismológico Nacional, Instituto de Geofísica Universidad Nacional Autónoma de México.

Stein, S. and Wysession, M., 2003. An introduction to Seismology, Earthquakes, and Earth Structure, Ed. Blackwell, 498 pp.

Suárez G. Y Jiménez Z., 1987, Sismos en la ciudad de México y el terremoto del 19 de Septiembre de 1985, Cuaderno 2 del Instituto de Geofísica, Universidad Autónoma de México.

Suárez G. Y Jiménez Z., 1987, Sismos en la ciudad de México y el terremoto del 19 de Septiembre de 1985, Cuaderno 2 del Instituto de Geofísica, Universidad Autónoma de México.

Tazief, H. 1975, Cordilleras, Terremotos y Volcanes, Salvat editores, S.A., Barcelona.

Wysession, M.E., 1996. Imaging cold rock at the base of slabs: The sometimes fate of slabs?, in Subduction: Top to Bottom, edited by G.E.

Bebout, D. Scholl, S. Kirby, and J. P. Platt, AGU, Washington, D. C., pp. 369-384.

Wyss Max, Shimazaki K., Akihiko Ito, 1999, *Seismicity Patterns, Their Statistical Significance and Physical Meaning*, Birkhäuser, pp. 410-414

Young, C.J. and Lay, T., 1987. The core-mantle boundary, *Annual Review of Earth and Planetary Science*, v. 15, p. 15-46.

Zhao, L., Jordan, T. and Chapman, C., 2000. Three-dimensional Frechet differential kernels for seismic delay times, *Geophysical Journal International*, v. 141, 558-576.